

اصول علم ہندسہ

معروف بہ

تحریر اقلیدس

مقالہ اول دوم

یوٹھنکی انگریزی قلیدس کشی دکانہ پروفیسر شریل میور کالج الہ آباد

اردو میں ترجمہ کیا

نیسری دفتر صحیح ہو کر

۱۸۶۵ء

مطبع تفسوچی جلی من باسنام حاجی عزیز الدین کے منقطع ہوا

اصول علم ہندسہ

مبتدوہ

تحریر اقلیدس

مقالہ اول

پوٹ جٹا کی نگریزی اقلیدس شتی کا دہر پور پرنٹل میو کالج لاہور

اردو میں ترجمہ کیا

تیسری دفعہ صحیح ہو کر ۱۸۷۵ عیسوی

مطبع مرتضوی دہلی میں باہتمام حاجی عزیز الدین کھنڈی

اصول علم ہندسہ
مبتدوہ
تحریر اقلیدس
مقالہ اول
پوٹ جٹا کی نگریزی اقلیدس شتی کا دہر پور پرنٹل میو کالج لاہور

اصول علم ہندسہ
مبتدوہ
تحریر اقلیدس
مقالہ اول
پوٹ جٹا کی نگریزی اقلیدس شتی کا دہر پور پرنٹل میو کالج لاہور

اصول علم ہندسہ
مبتدوہ
تحریر اقلیدس
مقالہ اول
پوٹ جٹا کی نگریزی اقلیدس شتی کا دہر پور پرنٹل میو کالج لاہور

اصول علم ہندسہ
مبتدوہ
تحریر اقلیدس
مقالہ اول
پوٹ جٹا کی نگریزی اقلیدس شتی کا دہر پور پرنٹل میو کالج لاہور

اصول علم ہندسہ
مبتدوہ
تحریر اقلیدس
مقالہ اول
پوٹ جٹا کی نگریزی اقلیدس شتی کا دہر پور پرنٹل میو کالج لاہور

اصول

علم ہندسہ

اقلیدس

مقالہ اول

حدود

(۱) نقطہ وہ ہے جسکے اجزاء نہ ہوں یعنی جسکی کچھ مقدار نہ ہو

(۲) خط نہرا طول ہے بغیر عرض کے

(۳) خط کی تہا پر نقطہ ہوتا ہے اور اس نقطہ کو طرف خط کہتے ہیں

(۴) خط مستقیم اس خط کو کہتے ہیں کہ اپنے نقاط اطراف میں ہموار واقع ہو یعنی اونچا نیچا ہو

(۵) بسیط یا سطح وہ ہے جس میں فقط طول اور عرض ہو

(۶) سطح کی تہا پر خط ہوتا ہے اور اس خط کا نام طرف سطح ہے

(۷) سطح ستوی وہ ہے جس پر کوئی سے دو نقطے مقرر کریں تو اوں کے درمیان خط مستقیم کھینچا جائے

اوی سطح میں واقع ہو کوئی جزا نہ ہو اس سطح سے نہ نکل جائے

(۸) ایک سطح میں دو خط باہم ملیں مگر ہر ایک خط نہ بجائیں تو اوں میں سے ایک خط کو جو

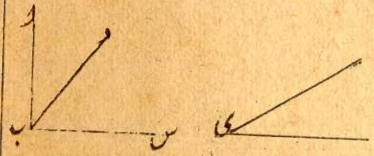
میلان دوسرے خط کے ساتھ ہوتا ہے اسے زاویہ مستقیم کہتے ہیں

(۹) دو خط مستقیم باہم ملیں مگر ہر ایک خط مستقیم نہ ہو جائیں تو اوں میں سے ایک

خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتھ ہوتا ہے اسے زاویہ غیر مستقیم

کہتے ہیں +

جب کئی زاویے کسی ایک نقطہ مثلاً ب پر واقع ہوں تو اوں میں سے ہر ایک زاویہ تین حرفوں سے بیان کیا جاتا ہے اور ان حرفوں کے لکھنے کی ترکیب یہ ہے کہ زاویہ کے راس پر یعنی جس نقطہ پر خطوط مستقیم زاویہ بنا نیوالے ملتے ہیں ایک حرف لکھا ہوا ہوتا ہے اور اسے پچھلے ملتے ہیں اور اس کے اگے اور اوپر ان دو حرفوں کو لکھتے ہیں جن میں سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کے کسی مقام پر مرقوم ہوتا ہے اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ کہ با میں خطوط مستقیم اب اور س ب کے واقع ہے زاویہ اب س یا س ب ا اور زاویہ کہ در میان خطوط مستقیم اب اور ب کے واقع ہے



زاویہ اب د یا د ب ا اور زاویہ کہ خط مستقیم

د ب ا اور س ب کے با میں واقع ہے زاویہ

د ب س یا س ب د کہلائیگا لیکن اگر ایک نقطہ پر ایک ہی زاویہ واقع ہے تو

وہ زاویہ صرف ایک حرف سے جو اس نقطہ پر لکھا ہوا ہو تعبیر ہو گا جیسا کہ

زاویہ جی کا ہے

(۱۰) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم سطح سے قائم ہو کہ زاویے متصل

جو اوں سے اپنے پہلوں میں پیدا کئے ہیں آپس میں برابر ہوں تو اوں زاویوں میں سے

ہر ایک زاویہ کو قائمہ کہتے ہیں اور خط مستقیم جو کھڑا ہے اسے دوسرے خط

مستقیم پر عمود کہتے ہیں

(۱۱) زاویہ قائمہ ہی جو زاویہ بڑا ہوا ہو سے زاویہ منفرجہ کہتے ہیں

(۱۲) زاویہ قائمہ ہی جو زاویہ چوڑا ہوا ہو سے زاویہ حادہ کہتے ہیں

(۱۳) جس کسی شے کی طرف کو کہتے ہیں

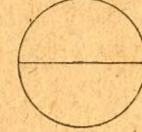
(۱۴) شکل وہ ہے جس میں ایک حد یا کئی حدود نے احاطہ کیا ہو

(۱۵) دائرہ اس سطح کو کہتے ہیں کہ جس کا نام خط نے جس کا نام خط ہے گہیرا ہو اور اس کے بیچ میں ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنے خطوط مستقیم اس کے محیط تک پہنچیں وہ سب باہم متساوی ہوں

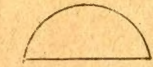


(۱۶) اس خاص نقطہ کا نام مرکز دائرہ ہی

(۱۷) قطر دائرہ کا وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز پر سے گزرے اور محیط پر دو نو طرف منتہی ہو



(۱۸) نصف دائرہ وہ شکل ہے کہ بائیں قطر اور اس حصہ محیط کے کہ اس قطر سے قطع ہوا ہے



واقع ہو

(۱۹) نصف دائرہ کا مرکز اور دائرہ کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے

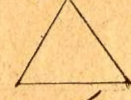
(۲۰) اشکال مستقیمہ الاضلاع وہ شکلیں ہیں جنکو خطوط مستقیم نے گہیرا ہو

(۲۱) اشکال مثلثی یا ذو ثلاثہ الاضلاع وہ شکلیں ہیں جنکو تین خطوط مستقیم نے گہیرا ہو

(۲۲) اشکال ذو اربعۃ الاضلاع وہ شکلیں ہیں جنکو چار خطوط مستقیم نے گہیرا ہو

(۲۳) اشکال کثیر الاضلاع وہ شکلیں ہیں جنکو چار سے زیادہ خطوط مستقیم نے گہیرا ہو

(۲۴) اشکال مثلثی میں مثلث متساوی الاضلاع وہ ہے جس کے تینوں ضلع آپس میں برابر ہوں



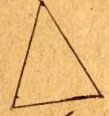
(۲۵) مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہے جس کے دو ضلع آپس میں متساوی ہوں۔



(۲۶) مختلف الاضلاع وہ مثلث ہے جس کے تینوں ضلع غیر متساوی ہوں

(۲۷) مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہے جس کا ایک اوہ قائمہ ہو

(۲۸) مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جس کا ایک اوہ منفرج ہو

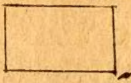


(۲۹) مثلث حاد الزاویہ وہ مثلث ہے جس کے تینوں زاویے حاد ہوں

(۳۰) ذو اربعۃ الاضلاع شکلوں یعنی چار ضلع کی شکلوں میں سے مربع وہ شکل ہے جس کے چاروں

ضلع آپس میں متساوی ہوں اور چاروں زاویے قائم ہوں

(۳۱) مستطیل وہ ہے جس کے زاویے قائم ہوں مگر سب اضلاع اس کے متساوی نہ ہوں

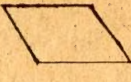


(۳۲) مربع وہ شکل ہے کہ جس کے سب آپس میں متساوی ہوں مگر زاویے اس کے قائم نہ ہوں



(۳۳) متشابهہ یہ وہ شکل ہے جس کے مقابل کے ضلع آپس میں برابر ہوں لیکن نہ اس کے سب ضلع

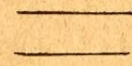
آپس میں برابر ہوں اور نہ اس کے زاویے قائم ہوں



(۳۴) سوا اثنی عشر اشکال کے ہر ذو اربعۃ الاضلاع منحرف کہلاتی ہے

(۳۵) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح میں ہوتی ہیں کہ انکو سیدھا جہان تک چاہیں دونوں

طرف پہنچیں تو وہ آپس میں ایک دوسرے سے نہ ملیں



(۳۶) متوازی الاضلاع وہ شکل ہے جس کے مقابل کے ضلع متوازی ہوں اور قطریاؤں متوازی

الاضلاع کا وہ خط مستقیم ہے کہ مقابل کے زاویوں میں ملایا جائے

اصول موضوعہ

یعنی ایسی باتیں جنکو تسلیم کر لیا ہے اور وہ یہ باتیں ہیں

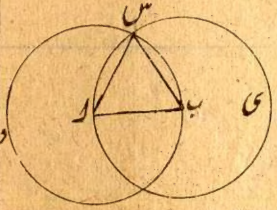
(۱۳)
(۱۴)
(۱۵)
(۱۶)
(۱۷)
(۱۸)
(۱۹)
(۲۰)
(۲۱)
(۲۲)
(۲۳)
(۲۴)
(۲۵)

یہ اصول

- (۱) اس بات کو تسلیم کر لو کہ کسی ایک نقطہ سے کسی دوسرے نقطہ تک خط کھینچ سکتے ہیں
- (۲) ایک خط مستقیم محدود کو سیدھا جہان تک چاہیں بڑھالیں
- (۳) جس مرکز اور جس دوری یا بعد یا فاصلہ پر مرکز سے چاہیں دائرہ کھینچ لیں
- علوم متعارفہ یعنی ایسی ظاہراتین جو دلیل کی محتاج نہیں
- (۱) اگر کئی چیزیں ایک چیز کے برابر ہوں تو وہ چیزیں سب آپس میں برابر ہوتی ہیں
- (۲) اگر برابر چیزوں پر برابر برابر چیزیں زیادہ کریں تو بعد زیادتی کے جو چیزیں حاصل ہوں گی وہی آپس میں برابر ہوں گی
- (۳) اگر برابر چیزوں میں سے برابر برابر کم کریں تو بعد کمی کے بھی جو چیزیں حاصل ہوں گی وہی آپس میں برابر ہوں گی
- (۴) اگر غیر مساوی چیزوں پر برابر برابر زیادہ کریں تو بعد زیادتی کے جو چیزیں حاصل ہوں گی وہ غیر مساوی ہوں گی
- (۵) اگر غیر مساوی چیزوں میں سے برابر برابر کم کریں تو بعد کمی کے جو چیزیں حاصل ہوں گی وہ غیر مساوی ہوں گی
- (۶) جو چیزیں ایک ہی چیز کی دو چند ہوں وہ آپس میں برابر ہوتی ہیں
- (۷) جو چیزیں ایک ہی چیز کی نصف ہوں وہ آپس میں برابر ہوتی ہیں
- (۸) جو مقداریں ایک دوسرے منطبق ہوتی ہیں یعنی ایک ہی جگہ گہری ہیں آپس میں متساوی ہوتی ہیں
- (۹) کل اپنے جز سے بڑا ہوتا ہے
- (۱۰) دو خطوط مستقیم سطح کو نہیں گہیرتے
- (۱۱) سب زاوے قائمے آپس میں برابر ہوتے ہیں
- (۱۲) اگر دو خطوط مستقیم پر ایک مستقیم سطح سے قاع ہو کہ دو زاوے انہی ایک جانب میں دو قائمہوں سے چھوٹے پیدا کرے تو وہ خطوط مستقیم گنا کار کھینچ جانے سے کہیں نہ کہیں آخراں

اوس جانب میں کہ زاوے دو قائمہوں سے کم ہیں مل جائینگے

پہلی شکل عملی



ایک محدود خط مستقیم معلوم پر مثلث متساوی الاضلاع بناؤ

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے

مطلوب یہ ہے کہ اب پر مثلث متساوی الاضلاع بنائیں

بحکم { اصل موضوع کے } کہ مرکز اور اب کے بعد پر دائرہ بس دیکھو

اور اب کے مرکز اور اب کے بعد پر دائرہ اس کی کھینچو

اور بحکم { اصل موضوع کے } کہ نقطہ س سے جس پر دائری تقاطع کرتے ہیں خطوط مستقیم

س ا اور س ب نقاط ا اور ب تک کھینچو

تو اب س مثلث متساوی الاضلاع مطلوب ہوگا

چونکہ ا مرکز دائرہ س ب کا ہے

اس لئے بحکم { ۵۱ حد } کے اس برابر ہے اب کے

اور چونکہ ب مرکز دائرہ اس کی کا ہے

اس لئے س برابر ہے ب کے

لیکن ثابت ہو چکا ہے کہ اس برابر ہے اب کے

اس لئے س ا اور س ب میں سے ہر ایک برابر ہوا اب کے

لیکن بحکم { علوم متعارفہ } کے جو چیزیں ایک ہی چیز کے برابر ہوں وہ آپس میں برابر ہوتی ہیں

اس واسطے اس برابر ہے ب س کے

پس س لئے اب اور ب س اور س ا آپس میں برابر ہوئے

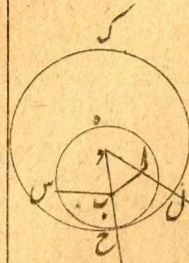
اور اب س مثلث متساوی الاضلاع ہوا

اور وہ خط تقیم معلوم اب پر کھینچا ہوا ہے۔ اور یہی عمل مطلوب تھا

دوسری شکل علمی

ایک نقطہ معلوم سے ایک خط مستقیم معلوم کی برابر ایک اور خط مستقیم کھینچو
فرض کرو کہ نقطہ معلوم اور بس خط مستقیم معلوم ہے

مطلوب یہ ہے کہ نقطہ آ سے ایک خط مستقیم رابر س کے کھینچیں
موجب پہلے اصول موضوعہ کے آ اور پ میں خط مستقیم وصل کرو



اور محکم { اش امر { کے رب پر شئت مساوی الاصلہ اور رب بناؤ
اور موجب { اصول مصنوعہ کے در اور رب کو نقاطی اور فکات خارج

اور بموجب اصول موضوعہ [۲] کہ مرکز اور بس کے بعد پیر دائرہ جس جہ کا دف کو نقطہ
ح پر کاٹتا ہوا کہ چھو

اور دے کہے کہ اروج کے بعد پروا اروج کمال کا دی کو نقطہ ل پر کٹا ہوا کہچو

تو خط اول برابر ہوگا بس کے

چونکہ یہ مرکز دائرہ س ج ہ کا ہے

اسلئے بموجب { ۱۵ احد } کے بائیں برابر ہے بیج کے

اور چونکہ دھرم کے دائرہ ج کمال کا ہے

اس لئے دل برابر ہے وج کے

اور بموجب {اشامہ} کے اون کے حصے دار اور رب التسمین برابر ہیں

تو بموجب { معلوم متعارفہ } کے باقی حصہ اول برابر ہے باقی حصہ بچ کے

لیکن یہ پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ B اس برابر ہے B کے

اس واسطے کہ اور بس میں سے ہر ایک برابر ہو اب ج کے

لیکن چیزیں جو ایک چیز کے برابر ہوتی ہیں وہ اسپین برابر ہوتی ہیں
اس واسطے بحکم {اعلام کے اول برابر ہے بس کے

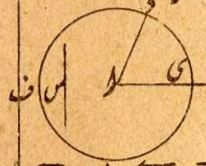
پس نقطہ معلومہ اسے خط استقیم کل براہِ خط مستقیم معلوم بس کہ پہنچ گیا اور یہی عمل

تمیزی شکل علمی

وخطوط مستقیم معلومین جو بڑا خط ہوا وہیں سے ایک حصہ برابر چھوٹے خط کے قطع کرو

فرض کرو کہ اب اور اس دو خطوط مستقیم معلوم ہیں اور اوہنیں اب بڑا ہے

مطلوب یہ ہے کہ اب میں سے ایک حصہ برابر اس کے قطع کریں



نہیں بحکمہ اس امر کے نقطہ آ سے خط مستقیم آدرا بر اس کے کہ

اور بموجب ۳۲ اصول موضوعہ کے آگے مڑ کر اور ارد کے بعد پراپیڈیوہی فن کا اب کو نقطہ سی پر

تو اتنی برابر میں کے ہوگا

چونکہ مرکز دایرہ دی فن کا ہے

اس لئے بموجب { ۵۱ } کے آتی برابر ہے اور کے

لیکن خط مستقیم کے برابر آدینا ہے

اسی واسطے اسی اور سین سے ہر ایک برابر اور کے ہے

تو بموجب (اعلوم متعارفہ) کے آئی برابر ہے جس کے

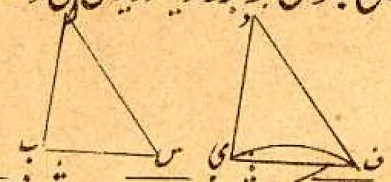
اس واسطے کہ میں سے جو دونوں خطوط مستقیم معلوم میں بڑا تھا ایک حصہ اسی برابر چھو

خط مستقیم معلوم ہر کے قطع ہو گیا۔ اور یہی عمل مطلوب تھا

چونہی شکل و ثباتی

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کو دو ضلع برابر ہوں دوسرے مثلث کو دو ضلعوں برابر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاوے درمیانی ان ضلعوں کے آپس میں برابر ہوں تو انکی قاعدے یعنی تیسرے ضلع بھی آپس میں برابر ہونگے اور مثلث بھی آپس میں برابر ہونگے اور انکے اور زاوے بھی جنکے مقابل برابر ضلع ہیں موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے

فرض کرو کہ دو مثلث اب س اور دی ق میں دو ضلع اب اور اس برابر ہوں دو ضلع دی اور وق کے برابر ایک اپنی اپنی نظیر کو یعنی اب برابر دی کے اور اس برابر وق کے اور زاوے درمیانی ب اس برابر زاویہ درمیانی ہی دی ق کے



تو قاعدہ ب س برابر ہوگا قاعدہ دی ق کے اور مثلث اب س برابر مثلث دی ق کے اور زاوے جو مقابل برابر ضلعوں کے واقع ہیں آپس میں برابر ہونگے یعنی زاویہ اب س برابر زاویہ دی ق کے اور زاویہ اس ب برابر ہوگا زاویہ دی ق کے

اس واسطے کہ اگر مثلث اب س مثلث دی ق پر اس طرح سے چپان کیا جائے کہ نقطہ ا نقطہ د پر منطبق ہوا اور خط مستقیم اب خط مستقیم دی پر تو اس سبب سے کہ اب برابر ہے دی کے

نقطہ ب لفظ ہی پر منطبق ہوا اور جب اب منطبق دی پر ہوا تو زاویہ ب اس اور زاویہ دی ق کے آپس میں برابر ہونے سے خط مستقیم اس منطبق وق پر ہوا اور چونکہ اس برابر ہے وق کو تو نقطہ س منطبق نقطہ ف پر ہوا لیکن نقطہ ب کا منطبق ہونا نقطہ دی پر ثابت ہو چکا ہے

از ان کے مثلثوں کو دو ضلع برابر ہوں اور درمیانی زاوے برابر ہوں دوسرے مثلث کو دو ضلع برابر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاوے درمیانی ان ضلعوں کے آپس میں برابر ہوں تو انکی قاعدے یعنی تیسرے ضلع بھی آپس میں برابر ہونگے اور مثلث بھی آپس میں برابر ہونگے اور انکے اور زاوے بھی جنکے مقابل برابر ضلع ہیں موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے

(دیا
۳۸
۴۷
۵)

پس نقطہ ب لفظ ہی پر اور نقطہ س نقطہ ف پر منطبق ہوتا ہے تو قاعدہ ب س منطبق قاعدہ دی ق پر ہوگا

اسلئے کہ اگر قاعدہ ب س منطبق قاعدہ دی ق پر نہ ہو تو دو خطوط مستقیم ب س اور دی ق ایک ایک طرح لوگوں گے اور یہہہ موجب {علوم متعارفہ} کے ناممکن ہے

پس اسلئے قاعدہ ب س منطبق قاعدہ دی ق پر ہوا اور اس کے برابر ہوا اور کل مثلث اب س کا مثلث دی ق پر منطبق ہوا اور اس کے برابر ہوا اور باقی زاوے ایک مثلث کو منطبق دوسرے مثلث کے باقی زاویوں پر ہوں اور آپس میں برابر ہونے یعنی زاویہ اب س برابر زاویہ دی ق کے

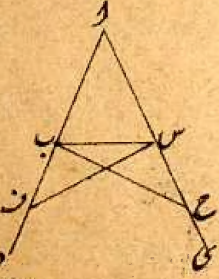
اسی واسطے کہ اگر دو مثلثوں میں دو ضلع ایک مثلث برابر دو ضلعوں انہر یہی ثابت کرنا تھا

پانچویں شکل ثباتی

مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کے اوپر کے زاوے آپس میں برابر ہوتے ہیں اور اگر برابر ساقین خارج کریں تو قاعدے کے نیچے کے ہی زاوے آپس میں برابر ہونگے

فرض کرو کہ اب س ایک مثلث متساوی الساقین ہے جس کا ضلع اب برابر ہے ضلع اس کے اور یہہہ بھی فرض کرو کہ مساوی ساقین اب اور اس نقاط اور سی مکت خارج کی گئی ہیں تو زاویہ اب س برابر ہوگا زاویہ اس ب کے اور زاویہ ب س برابر ہوگا زاویہ دی ق کے

ب د میں کوئی نقطہ کا مقرر کرو



اور حکم {۳۸} کے بڑی خط مستقیم ای ہیں اور برابر وق کو قطع کرو اور زاوے اس اور ب چونکہ اوچ برابر وق کو کیا تھا اور اب برابر اس کے موجب اس کے

تو دو ضلع وق اور اس برابر ہوں دو ضلعون ج آ اور اب کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

نکتہ القاعدہ کو زاوے آپس میں برابر ہونگے

از ان کے مثلثوں کو دو ضلع برابر ہوں اور درمیانی زاوے برابر ہوں دوسرے مثلث کو دو ضلع برابر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاوے درمیانی ان ضلعوں کے آپس میں برابر ہوں تو انکی قاعدے یعنی تیسرے ضلع بھی آپس میں برابر ہونگے اور مثلث بھی آپس میں برابر ہونگے اور انکے اور زاوے بھی جنکے مقابل برابر ضلع ہیں موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے

اور اون کے درمیان کا زاویہ \angle ف و نون مثلثون \angle ف و س اور \angle ج ب میں مشترک ہے
 استواسطے حکم $\{$ ہم شامل $\}$ کے قاعدہ \angle س برابر ہے قاعدہ \angle ج ب کے
 اور مثلث \angle ف و س برابر ہے مثلث \angle ج ب کے
 اور باقی زاوے ایک مثلث کو برابر ہیں دو سے مثلث باقی زاویوں کے موافق اپنی اپنی
 نظیر کے جنکے سامنے برابر ضلعے ہیں

یعنی زاویہ \angle اس ف برابر ہے زاویہ \angle اب ج کے

اور زاویہ \angle ف و س برابر زاویہ \angle ج ب کے

اس سبب سے کہ کل خط \angle ف برابر ہے کل خط \angle ج کے

اور اون کے حصے \angle اب اور \angle س آئین برابر ہیں

موجب $\{$ معلوم متعارفہ $\}$ کہ باقی حصہ \angle ف برابر ہو باقی حصہ \angle ج کے

اور \angle س برابر \angle ج ب کے ثابت ہو چکا ہے

یعنی دو ضلعے \angle ف اور \angle س برابر ہو گئے دو ضلعوں \angle س اور \angle ج ب کو موافق اپنی اپنی نظیر کے
 اور پہلے ثابت ہو چکا ہے

کہ زاویہ \angle ب و س برابر ہے زاویہ \angle س ج ب کے

اور ہوا اسکے قاعدہ \angle ب و س مشترک دونو مثلثون \angle ب و س اور \angle س ج ب میں ہے

استواسطے حکم $\{$ ہم شامل $\}$ کہ یہ دونو مثلث آئین برابر ہیں

اور ان کے اور زاوے جو مقابل مساوی اضلاع کے واقع ہیں آئین موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

استواسطے زاویہ \angle ب و س برابر ہے زاویہ \angle س ج ب کے

اور زاویہ \angle ب و س برابر ہے \angle س ج ب کے

اور چونکہ یہ ثابت ہو چکا ہے کہ \angle اوے \angle ج برابر ہے \angle اوے اور \angle ف کے

اور ان کے حصے \angle اوے \angle س ج اور \angle ب و س آئین برابر ہیں

استواسطے باقی زاویہ \angle اب س برابر ہو باقی زاویہ \angle اس ب کے
 اور یہ زاوے کے مثلث \angle اب س کے قاعدہ \angle ب و س پر واقع ہیں
 اور یہ بھی ثابت ہو چکا ہے

کہ زاویہ \angle ب و س برابر ہے زاویہ \angle ج س ب کے

اور یہ زاوے کے قاعدہ کے نیچے کے ہیں

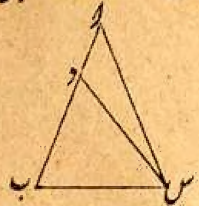
استواسطے مثلث متساوی الساقین کے انج یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ صریح

اسے ثابت ہوا کہ ہر مثلث متساوی الاضلاع متساوی الزوا یا ہوتا ہے

چھٹی شکل ثباتی

اگر ایک مثلث کو دو زاوے آئین برابر ہوں تو اون کو مقابل کے ضلعے آئین برابر ہونگے
 فرض کرو کہ مثلث \angle اب س ہے اور اس کے زاوے \angle اب س اور \angle س ب آئین برابر ہیں
 تو ضلع \angle اب بھی برابر ہوگا ضلع \angle اس کے



استواسطے کہ اگر \angle اب برابر \angle اس کے نہ ہو

تو اون میں سے ایک دوسرے سے بڑا ہوگا

اگر ممکن ہو تو فرض کرو \angle اب بڑا \angle اس سے ہے حکم $\{$ ہم شامل $\}$ کہ \angle ب و س سے \angle ب و د

برابر چھوٹے خط مستقیم \angle اس کے قطع کرو اور دس ملاؤ

تو مثلثون \angle ب و س اور \angle اس ب میں

اسلئے کہ \angle ب برابر ہے \angle اس ب اور \angle س دونو مثلثون میں مشترک ہے

دو ضلعے \angle ب اور \angle س برابر ہو گئے دو ضلعوں \angle اس اور \angle ب کو موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور موجب فرض کے زاویہ \angle ب و س برابر ہے زاویہ \angle اس ب کے

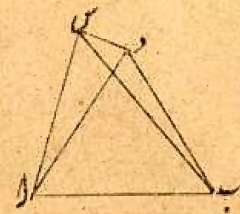
تو بحکم { ۴ ش ام } کے قاعدہ دس برابر ہے قاعدہ ب کے
 اور مثلث دس برابر ہے مثلث اس کے
 اسلئے چوتھا مثلث برابر ہوا بڑے مثلث کا اور یہ باطل ہے
 اسلئے واسطے اب اور اس غیر مساوی نہیں ہیں یعنی اب برابر ہے اس کے
 اسلئے واسطے اگر دو زاویے انج یہی ثابت کرنا تھا

تیسرے صریح

اسے ثابت ہوا کہ ہر مثلث متساوی الزوا یا متساوی الاضلاع ہوتا ہے

ساتویں شکل ثباتی

ایک قاعدہ پر ایک جہت میں ممکن نہیں کہ دو مثلث سطح واقع ہوں کہ اوکھے ضلع جو ایک
 طرف قاعدہ پر منتہی ہوتے ہیں اسپین برابر ہوں اور سطح سے دھلے ہی جو دوسری طرف
 قاعدہ کے تمام پاتے ہوں اسپین برابر ہوں
 اور اگر یہ ممکن ہو تو فرض کرو کہ دو مثلث اس ب اور د ب ایک ہی قاعدہ اب پر ایک ہی
 جہت میں سطح سے واقع ہوئے ہیں کہ اوکھے ضلع اس ب اور د ب قاعدہ کی طرف آبر
 منتہی ہوتے ہیں اسپین برابر ہیں اور ایسی ہی ضلع اس ب اور د ب جو طرف ب پر
 ختم ہوتے ہیں اسپین برابر ہیں

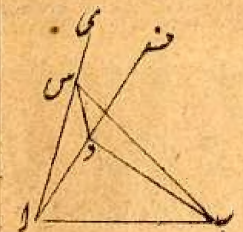


ملاؤ اس د۔ اس شکل کی کئی صورتیں ہیں
 اول صورت اس ہر ایک مثلث کا دوسرا مثلث ہی باہر واقع
 چونکہ مثلث اس د میں اس ب برابر ہے اوکھے
 تو بحکم { ۴ ش ام } اگر زاویہ اس د برابر ہے زاویہ اس ب کے
 لیکن بموجب { ۵ معلوم متعارف } کے زاویہ اس د زاویہ اس ب سے بڑا ہے

اس واسطے زاویہ اس د بڑا ہے زاویہ اس ب سے
 اور بواسطے زاویہ اس ب د بڑا ہے زاویہ اس ب سے
 اور چونکہ بموجب فرض کے مثلث اس د میں ضلع اس ب برابر ہے ضلع اس ب کے
 اس واسطے بحکم { ۴ ش ام } کے زاویہ اس د برابر ہے زاویہ اس ب کے
 لیکن زاویہ اس ب د کا بڑا ہونا زاویہ اس ب سے ثابت ہو چکا ہے
 اس سے ثابت ہوا کہ زاویہ اس ب برابر ہے زاویہ اس ب کے اور اسے
 بڑا ہی ہے

اور یہ ناممکن ہے

دوسری صورت فرض کرو کہ مثلث اس د کا اس د مثلث اس ب کے اندر واقع ہے
 تو اس کو یکتا اور اوکھ تک خارج کرو اور اس د ملاؤ
 چونکہ مثلث اس د میں ضلع اس ب برابر ہے ضلع اس ب کے
 تو بحکم { ۴ ش ام } تحت القاعدہ کرنا وہی اس د اور اس د
 اسپین برابر ہیں



لیکن بموجب { ۵ معلوم متعارف } کے زاویہ اس د بڑا زاویہ اس ب سے ہے
 تو زاویہ اس د بھی بڑا ہے زاویہ اس ب سے
 اور اس واسطے زاویہ اس د بڑا ہے زاویہ اس ب سے
 اور چونکہ مثلث اس د میں اس ب برابر ہے اس ب کے
 تو بحکم { ۴ ش ام } کے زاویہ اس د برابر ہے زاویہ اس ب کے
 لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ اس د بڑا زاویہ اس ب سے ہے
 اسلئے واسطے زاویہ اس ب برابر ہے زاویہ اس ب کے اور چوتھے بڑے ہی ہیں
 یہ ناممکن ہے

تیسری صورت کہ جسمین ایک مثلث کا اس کے مثلث کے ضلع پر واقع ہو یہ
صورت اثبات کی محتاج نہیں
پس اس واسطے ایک قاعدہ پر ایک جہت میں انہی یہ ثابت کرنا تھا

اہوین شکل ثباتی

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کو دو ضلعے برابر ہوں دو کے مثلث کے دو ضلعوں کے
موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اس سطح سے اون کے قاعدے بھی آپس میں
برابر ہوں تو زاویہ جو ایک مثلث کے دو ضلعوں کے درمیان میں واقع ہے
برابر ہوگا دوسرے مثلث میں اس زاویہ کے جو ان ضلع کے مساوی
اضلاع کے درمیان میں واقع ہو

فرض کرو کہ دو مثلث اب س اور دی ف ہیں
اور ان کے دو ضلعے اب اور اس

برابر ہیں دو ضلعوں دی اور دف کے

موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی اب برابر دی کر

اور اس برابر دف کر اور قاعدہ

ب س برابر ہے قاعدہ دی ف کے

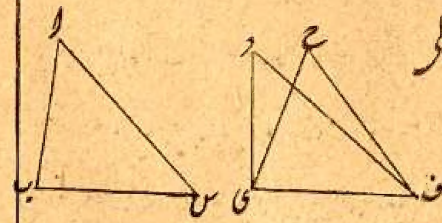
تو زاویہ ب اس برابر ہوگا زاویہ دی ف کے

اس واسطے کہ اگر مثلث اب س مثلث دی ف پر

چسپان کیا جائے اس طرح سے کہ نقطہ ب

منطبق نقطہ دی پر اور خط تقسیم ب س

منطبق خط تقسیم دی ف پر ہو



تو بموجب فرض کے ب س اور دی ف کی برابر ہونے سے نقطہ س نقطہ ف پر منطبق ہوا
چونکہ قاعدہ ب س منطبق قاعدہ دی ف پر ہوتا ہے
تو ب اور اس منطبق دی اور دف پر ہونگے

اس لئے کہ اگر قاعدہ ب س قاعدہ دی ف پر منطبق ہو لیکن ب اور اس منطبق دی اور دف
پر نہ ہوں بلکہ مختلف مقام پر مثل دی ج اور ف ج کے واقع ہوں

تو ایک ہی قاعدہ پر ایک جہت میں دو مثلث سطح سے واقع ہو گئے جن کے اضلاع جو
ایک طرف قاعدہ پر ہوتے ہیں آپس میں برابر ہیں اور اس طرح وہ ضلعے بھی جو دوسری طرف

قاعدہ کے ختم ہوتے ہیں آپس میں برابر ہیں

اور بہہ حکم (۱۷ ش ام) کے ناممکن

اس واسطے کہ اگر قاعدہ ب س منطبق قاعدہ دی ف پر ہوتا ہے تو اضلاع ب اور اس

منطبق اضلاع دی اور دف پر ہوتے ہیں

اسی طرح زاویہ ب اس منطبق زاویہ دی ف پر ہوتا ہے

اور اس لئے حکم (۱۸ علوم متعارفہ) کے برابر ہی اس کے ہوتا ہے

اس واسطے کہ اگر دو مثلثوں میں ہر ایک کے دو ضلعے انہی یہ ثابت کرنا تھا

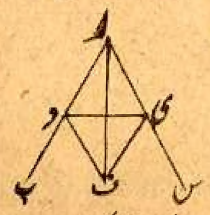
نویں شکل علمی

ایک زاویہ مستقیمہ خط میں معلوم کی تصفیہ کرو یعنی زاویہ کو برابر دو حصوں میں تقسیم کرو

فرض کرو کہ ب اس زاویہ مستقیمہ خط میں معلوم ہے

مطلوب یہ ہے کہ اس کی تصفیہ کریں

اب میں کوئی نقطہ متعین کرو



اور بڑے خط اس میں کے حکم (۳ ش ام) کے آبی برابر آد کے قطع کرو اور ملاؤ دی

اور حکم (۱۷ ش ام) کے ضلع دی ف پر سے دو مثلث متساوی الاضلاع دی ف بناؤ اور او ف ملاؤ

تو خط مستقیم اور زاویہ اس کی تصنیف کر لگا
چونکہ اوپر برابر امی کے بنایا تھا

اور اوپر دو مثلثوں اور اوپر اوپر مشترک ہے
تو دو ضلع اور اوپر برابر ہوئے دو ضلعوں کی اور اوپر کے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور قاعدہ اوپر برابر قاعدہ کی ف کے بنا ہے
اس واسطے حکم (۸ ش ام) کے زاویہ اوپر برابر ہو کر اوپر کی اوپر کے
پس زاویہ تقسیم انھیں معلوم اس خط مستقیم اور اوپر تصنیف ہو گیا۔ اور یہی مطلوب تھا

دسویں شکل عملی

ایک محدود خط مستقیم معلوم کی تصنیف کرو یعنی اس کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو
فرض کرو کہ اوپر خط مستقیم معلوم ہے



مطلوب یہ ہے کہ اوپر کے دو برابر حصے کریں
حکم (۸ ش ام) کو اوپر پر مثلث متساوی الاضلاع اس بناؤ
اور حکم (۹ ش ام) کے زاویہ اس ب کے خط مستقیم سے دے جو اوپر سے نقطہ اوپر
مے تصنیف کرو

تو اوپر نقطہ اوپر دو برابر حصوں میں تقسیم ہو گا
چونکہ اس برابر اس ب کے بنایا ہے

اور دو مثلثوں اس اور اس میں س مشترک ہے
تو ضلع اس اور اس برابر ہو دو ضلعوں اس اور اس کے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور زاویہ اس برابر زاویہ اس کے بنایا تھا
اس واسطے حکم (۸ ش ام) کے قاعدہ اوپر برابر سے قاعدہ ب کے
پس زاویہ تقسیم انھیں معلوم اس خط مستقیم اور اوپر تصنیف ہو گیا۔ اور یہی مطلوب تھا لہذا الفان کی جاگ

گیارہویں شکل عملی

خط مستقیم زاویہ قائمے بنانا ہو خط مستقیم معلوم پر نقطہ معلوم سے جو اس میں ہے قائم کرو
فرض کرو کہ اوپر خط مستقیم معلوم اور اس میں نقطہ معلوم ہے
مطلوب یہ ہے کہ اوپر خط مستقیم زاویہ قائمے بنانا ہو اوپر برابر قائم کریں



اس میں کوئی نقطہ متعین کرو اور حکم (۸ ش ام) کو اس میں برابر سے دے ناؤ
اور حکم (۸ ش ام) کے دہی پر مثلث متساوی الاضلاع اوپر کی بناؤ اور اس ف ملاؤ
تو خط مستقیم اس ف نقطہ س سے کھینچا گیا زاویہ قائمے اس پر بنایا گیا
اس واسطے کہ اس برابر اس کی کے بنایا ہے اور اس ف دو مثلثوں اس ف اور
اس ف میں مشترک ہے

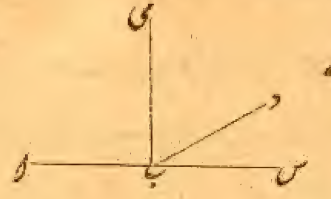
دو ضلع اس اور اس برابر ہو دو ضلعوں اس اور اس کے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور قاعدہ اوپر برابر بنایا ہے قاعدہ کی ف کے
تو حکم (۸ ش ام) کے زاویہ اس ف برابر ہے زاویہ اس ف کے
اور یہ دو زاویہ متصل کے پہلوؤں میں ہیں

لیکن بموجب (۱۰ صدم) کے جب ایک خط مستقیم دو سر خط مستقیم پر قائم ہو کر زاویہ متصل کے پہلوؤں
میں برابر پیدا کرتا ہے تو یہی اوپر کو زاویہ قائمہ کہتے ہیں
تو زاویہ اوپر اس ف اور اس ف میں سے ہر ایک قائمہ ہوا
پس نقطہ معلوم اس سے خط مستقیم معلوم اس پر اس ف زاویہ قائمہ بنانا ہو قائم ہو گیا عم

نتیجہ صریح

اس شکل کی استغاثات سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دو خط مستقیم کا ایک خط مستقیم
مشترک نہیں بن سکتا

اگر یہ ممکن ہے تو فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم اب س اور اب د کا ایک حصہ مشترک ہے



خط مستقیم اب س
تکلم (۱۱ ش ام) کے نقطہ س ب ی زاوے قائمے
بنانا ہوا اب س پر کچھ
چونکہ اب س ایک خط مستقیم ہے

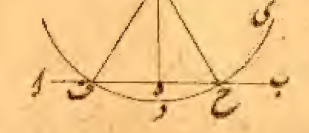
اس لیے بموجب (۱۰ احد) کے زاویہ اب س برابر ہے زاویہ ی اب س کے
اور علیٰ ہذا القیاس اب د بھی خط مستقیم ہے

تو بموجب (۱۰ احد) کے زاویہ اب ی برابر ہے زاویہ ی اب د کے
لیکن زاویہ اب ی برابر ہے زاویہ ی اب س کے

تو بموجب (۱۰ علوم متعارفہ) کے زاویہ ی اب د برابر ہے زاویہ ی اب س کے
پس اس واسطے چوتھا زاویہ برابر ہوا اُسے زاویہ کے اور یہ ناممکن
اس واسطے دو خطوط مستقیم کا ایک خط مستقیم حصہ مشترک نہیں ہو سکتا

بارہویں شکل عملی

غیر محدود خط مستقیم معلوم پر نقطہ معلوم سے جو اس سے باہر ہے عمود نکالو
فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے جو دو طرف غیر متساوی کچھ سکتا ہے اور س نقطہ
معلوم اس سے باہر ہے



اور مطلوب یہ ہے کہ نقطہ س سے عمود اب پر نکالیں
اب کی دوسری جانب میں کوئی سا نقطہ متعین کرو

اور بموجب (۲ اصول موضوعہ) کس کے مرکز اور س کے بعد برادارہ ی ج ف کچھ جو اب س تقاطع اور ج پر
اور تکلم (۱۰ اش ام) کے قج کے نقطہ پر تصفیہ کرو اور بلاؤس
تو خط مستقیم س نقطہ معلوم سے کچھ گیا عمود خط مستقیم معلوم اب پر ہوگا

(۱۰)
(۱۱)
(۱۲)
(۱۳)

بلاؤس ف اور س ج

چونکہ ف برابر س ج کے بنا ہے

اور س مشترک دونوں مثلثوں ف س اور ج س میں ہے

تو دو ضلع ف س اور ج س برابر ہوئے، و ضلعون ج س اور ج س کے متوازی اپنی اپنی نظیر کے

اور بموجب (۵ احد) کے قاعدہ س ف برابر ہے قاعدہ س ج کے

تو بموجب (۸ ش ام) کے زاویہ س ف برابر ہے زاویہ س ج اور یہ متصل کے زاویہ پہلوئین ہیں

اور بموجب (۱۰ احد) کے جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم طرح سے قائم ہو کر زاوے

متصل پہلوئین جو او سے پیدا کئے ہیں انہیں برابر ہوں تو ان زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ کو

قائم کہتے ہیں اور خط قائم کو اس پر عمود

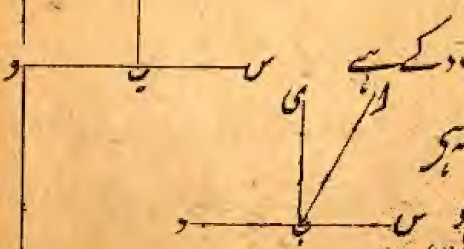
پس اس واسطے س عمود خط مستقیم اب پر نقطہ معلوم س سے جو اس سے باہر ہے کچھ گیا عم

تیرہویں شکل ثباتی

ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر ایک جہت میں جو زاویہ بناتا ہے وہ یا تو دو قائم ہوں گے
یا ملکر برابر دو قائمون کے

فرض کرو کہ خط مستقیم اب خط مستقیم س پر ایک جہت میں زاوے س ب اور اب د بناتا ہے
تو یہ زاوے یا تو دو قائمے ہوں گے

یا ملکر برابر دو قائمون کے



اس واسطے کہ اگر زاویہ س ب ا برابر زاویہ اب د کے ہے

تو ہر ایک انہیں کا بموجب (۱۰ احد) کے قائمہ ہے

لیکن اگر زاویہ س ب ا برابر زاویہ اب د کے نہیں ہے

تو بموجب (۱۱ ش ام) کے نقطہ س ب ی زاوے قائم بناتا ہوا س پر نکالو

تو بموجب (۱۰ احد) کے زاوے س ب ی اور ی ب د دو قائمے ہیں

اور چونکہ زاویہ س ب ی برابر ہے دو زاویوں س ب ا اور ا ب جی کے
ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ جی ب د زیادہ کیا
تو بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے زاوے س ب ی اور جی ب د برابر ہوئے تین زاویوں
س ب ا اور ا ب جی اور جی ب د کے
اور چونکہ زاویہ د ب ا برابر ہے دو زاویوں د ب جی اور جی ب ا کے
ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ ا ب س کا زیادہ کیا
تو بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے زاوے د ب ا اور ا ب س برابر ہوئے تین زاویوں
د ب جی اور جی ب ا اور ا ب س کے
لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاوے س ب ی اور جی ب د برابر ان ہی تین زاویوں کے ہیں
اور جو چیزیں برابر ایک چیز کے ہوتی ہیں آپس میں برابر ہوتی ہیں
اسی واسطے زاوے س ب ی اور جی ب د برابر ہوئے زاویوں د ب ا اور ا ب س کے
لیکن س ب ی اور جی ب د دو قائلے ہیں
اسلئے بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے د ب ا اور ا ب س ملکر برابر دو قائلوں کے ہیں
پس سیواسطے جیسا ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

چودھون شکل ثباتی

اگر ایک نقطہ پر کسی خط مستقیم کے اور دو خطوط مستقیم او سکے مقابل متون سے ان کے متصل کے زاوے
برابر دو قائلوں کے پیدا کریں تو یہ دو خطوط مستقیم ملکر ایک ہی خط مستقیم میں ہونگے
فرض کرو کہ دو خط مستقیم ا ب ک ق نقطہ پ پر دو خطوط مستقیم س ب ا اور جی ب د کے
مقابل متون سے متصل کے زاوے ا ب س اور ا ب د ملکر برابر دو قائلوں کے پیدا کریں
تو د ب ا اور جی ب د ایک خط مستقیم میں ہونگے
اسی واسطے ا ب د اگر ب س کے ساتھ ملکر ایک خط مستقیم نہ ہو تو فرض کرو کہ وہ ب جی کے ساتھ



ملکر ایک خط مستقیم میں ہوتا ہے

چونکہ خط مستقیم ا ب خط مستقیم س ب جی سے ملتا ہے
اسی واسطے بحکم (۳ اش ام) کے متصل کے زاوے س ب ا اور ا ب جی برابر دو قائلوں کے ہیں
لیکن بموجب فرض کے زاوے س ب ا اور ا ب د ملکر برابر دو قائلوں کے ہیں
اسی واسطے بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے زاوے ا ب س اور ا ب جی ملکر برابر زاویوں
ا ب س اور ا ب د کے ہوئے

ان مساویوں میں سے ہر ایک میں سے زاویہ مشترکہ ا ب س کو نکال ڈالو
تو بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے باقی زاویہ ا ب جی برابر رہا باقی زاویہ ا ب د کے
اس سے پہلے چھوٹے اور بڑے زاوے آپس میں برابر ہوئے اور یہ ناممکن ہے
اسی واسطے جی اور ب س ایک خط مستقیم میں نہیں ہیں
اور یہی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ کوئی اور خط مستقیم بھی ب د کے ساتھ ملکر ایک خط مستقیم
نہیں ہو سکتا

تو ضرور د ب جی س کے ساتھ ملکر ایک خط مستقیم میں ہوا
اسی واسطے اگر ایک نقطہ الخ یہی ثابت کرنا تھا

پندرہون شکل ثباتی

اگر دو خطوط مستقیم تقاطع ہوں تو مقابل کے زاوے آپس میں برابر ہونگے
فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم ا ب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ جی پر تقاطع کرتے ہیں
تو زاویہ ا جی س برابر ہوگا زاویہ د جی ب کے اور زاویہ س جی ب برابر ہوگا زاویہ ا جی د کے
چونکہ خط مستقیم ا جی خط مستقیم س د متصل کے زاوے جی ا د اور جی س ب پر پیدا کرتا ہے
تو بحکم (۳ اش ام) کے یہ زاوے ملکر برابر دو قائلوں کے ہیں

اور چونکہ خط مستقیم دی خط مستقیم اب پر زاوے متصل کے ای د اور بی د نقط
 ی پر بناتا ہے
 تو یہ زاوے بھی ملکر برابر دو قائموں کے ہیں
 لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاوے س ی لا اور ای د ملکر برابر دو قائموں کے ہیں
 اس واسطے زاوے س ی لا اور ای د ملکر برابر ہوئے زاویوں ای د اور بی د کے
 ہر ایک مساوی ہیں سے زاویہ مشترکہ ای د کو نکال ڈالو
 تو بموجب (۳ علوم متعارفہ) کے باقی زاویہ س ی لا برابر ہے باقی زاویہ دی ب کے
 اور سطح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ س ی ب برابر ہے زاویہ ای د کے
 اسی واسطے اگر دو خطوط مستقیم متقاطع ہوں انہی سے ثابت کرنا تھا

اول نتیجہ صریح

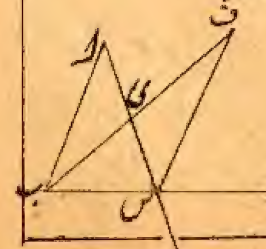
یہ بات صریح ہے کہ اگر دو خطوط مستقیم متقاطع کسی نقطہ پر ہوں تو اس نقطہ تقاطع پر زاوے
 برابر چار قائموں کے پیدا ہوتے ہیں

دوسرا نتیجہ صریح

اوپر دی واسطی خواہ کتنے ہی خطوط مستقیم ایک نقطہ پر ہوں تو کل ان زاوے اس نقطہ پر ملکر
 برابر چار قائموں کے ہونگے

سولہویں شکل ثباتی

اگر ایک ضلع مثلث کا خارج کیا جائے تو زاویہ خارج ہر ایک مقابل کے زاویہ داخلہ سے ہوگا
 فرض کہ وہ مثلث اب س ہو اور او کا ایک ضلع بس نقطہ د کا خارج کیا گیا ہو
 تو زاویہ خارج اس د بڑا مقابل کے ہر ایک زاویہ



داخلہ ب و یا س اب سے ہوگا
 حکم (۱۱ ش ام) کہ اس کو نقطہ ی پر تقصیف کرو ملاؤ بی

اور بی کو قوت تک ایسا خارج کرو کہ حکم (۱۲ ش ام) کے ی ق برابر بی ب کے بنائے
 اور ق س ملاؤ

اس واسطے کہ ای برابر بی س کے اور ق بی برابر بی ق کے بنایا گیا ہے
 مثلثون اب سی اور س ق بی میں دو ضلع ای اور بی برابر ہوئے دو ضلعون س ی
 اور ق بی کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور حکم (۵ ش ام) کے مقابل کے زاوے ای ب اور ق بی س اسپین برابر ہیں
 تو حکم (۱۲ ش ام) کے قاعدہ اب برابر ہے قاعدہ س ق کے

اور مثلث ای ب برابر ہے مثلث س ی ق کے
 اور باقی زاوے ایک مثلث کے برابر ہو چکے ہیں مثلث کے باقی زاویوں کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

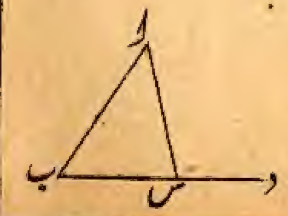
یعنی وہ زاوے برابر ہیں جبکہ مقابل برابر ضلع ہیں
 اس واسطے زاویہ ای ب برابر ہوا زاویہ ی س ق کے

لیکن زاویہ ی س ق یعنی اس د بڑا ہے زاویہ ی س ق سے
 تو زاویہ اس د بڑا ہوا زاویہ ای ب یعنی ب اس سے

اس طرح اگر ضلع بس کی تقصیف کریں اور ضلع اس کو ج تک بڑھائیں تو زاویہ
 بس ج بڑا زاویہ اب س سے ثابت ہوگا اور زاویہ بس ج حکم (۵ ش ام) کے
 برابر ہے زاویہ اس د کے اسلئے اس د بڑا زاویہ اب س سے ہے یہی ثابت کرنا تھا

سترہویں شکل ثباتی

مثلث کے کوئی سے دو زاوے ملکر دو قائموں کو کم ہوتے ہیں
 مندرجہ کر کہ اب س مثلث ہے

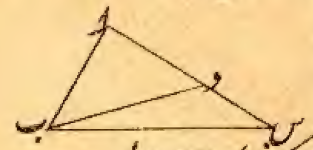


تو اس کے کوئی سے دو زاوے ملکر دو قائموں سے ہونگے
 کوئی سے ضلع مثلاً س ب کو د تک خارج کرو

چونکہ زاویہ اس و زاویہ خارجہ مثلث اس کا ہے
تو حکم (۱۷ ش ام) کے زاویہ اس و بڑا ہے مقابل کے زاویہ داخلہ اس سے
ان غیر مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ اس بڑا ہو کر
تو زاویہ اس و اور اس بے ملکر بڑے ہوئے زاویوں اس اور اس ب سے
لیکن زاویہ اس و اور اس ب حکم (۱۸ ش ام) کے ملکر برابر دو قائمون کے ہیں
اسو اسلی زاویہ اس و اس اور اس ب کے ملکر نسبت دو قائمون کے کم ہوئے
علیٰ ہذا القیاس ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ اس و اس اور اس ب ملکر کم دو قائمون سے
اور زاویہ اس و اس اور اس ب ہی کم دو قائمون سے ہیں
اسو اسلی دو زاویہ اس و اس ہی ثابت کرنا تھا

اٹھارہویں شکل ثباتی

ہر مثلث میں بڑے ضلع کے سامنے کا زاویہ بڑا ہوتا ہے
فرض کرو کہ اس مثلث ہے جبکہ ضلع اس بڑا ضلع اس سے ہو
تو زاویہ اس ب بڑا زاویہ اس سے ہوگا



چونکہ ضلع اس بڑا ضلع اس سے ہے
اسلئے اوہیں سے حکم (۱۸ ش ام) کو اور برابر اس کو بڑا و اس و ملاؤ
چونکہ مثلث اس ب میں اوہ برابر ہے اس کے

تو حکم (۱۷ ش ام) کے زاویہ اس و برابر ہے زاویہ اس ب کے
لیکن مثلث اس ب کا ضلع اس و خارج اکت کیا گیا ہے

اس لئے حکم (۱۷ ش ام) کے زاویہ خارجہ اس ب برابر ہے مقابل کے زاویہ
داخلہ اس ب سے
لیکن زاویہ اس و برابر زاویہ اس ب کے ثابت ہو چکا ہے

اسلئے زاویہ اس ب و بڑا ہے زاویہ اس ب سے

پس زاویہ اس ب تو بدرجہ اولیٰ بڑا زاویہ اس ب سے ہے

اسو اسلی بڑے ضلع اس ب سے ہی ثابت کرنا تھا

اونیسویں شکل ثباتی

ہر مثلث میں بڑے زاویہ کے سامنے کا ضلع بڑا ہوتا ہے

فرض کرو کہ اس مثلث ہے جبکہ زاویہ اس ب بڑا

زاویہ اس ب سے ہے

تو ضلع اس بڑا ضلع اس سے ہوگا

اسو اسلی کہ اگر بڑا ہو تو وہ برابر اس کے ہو گا یا چھوٹا اس سے ہوگا

اگر اس برابر اس کے ہے

تو حکم (۱۷ ش ام) کے زاویہ اس ب اور اس ب برابر ہونی چاہئے

اور وہ بموجب فرض کے برابر نہیں ہیں

تو ثابت ہوا کہ اس برابر اس کے نہیں ہے

اور اگر اس چھوٹا اس سے ہو

تو حکم (۱۸ ش ام) کے زاویہ اس ب چھوٹا زاویہ اس ب سے ہونا چاہئے

لیکن بموجب فرض کے وہ چھوٹا نہیں ہے

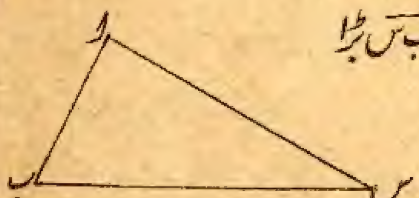
اسلئے اس چھوٹا ہی اس ہی نہیں ہے

اور یہ پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ اس برابر ہی اس کے نہیں ہے

تو اس بڑا اس سے ہوا

اسو اسلی بڑے زاویہ اس ب سے ہی ثابت کرنا تھا

بیسویں شکل ثباتی



مثلت کے کوئی سے دو ضلع ملکر بڑے ہوتے ہیں تیسرے ضلع سے

وضن کرو کہ اب اس ایک مثلث ہے

تو اس کے کوئی سے دو ضلع ملکر بڑے ہونگے تیسرے ضلع سے

یعنی ب اور اس ملکر بڑے ب س سے

اور اب اور ب س ملکر بڑے اس سے

اور ب س اور س اور اس ملکر بڑے اب سے

ب کو دیکھتے ہیں اب خارج کرو کہ

تو حکم (۳۳ ش ام) کے اور برابر اس کے ہوا اور دس ملاؤ

چونکہ اور برابر اس کے بنایا ہے

تو حکم (۳۴ ش ام) کے زاویہ اس برابر ہے زاویہ اس کے

لیکن زاویہ ب س د بڑا ہے زاویہ اس د سے

اس واسطے حکم (۳۵ علوم متعارفہ) کے زاویہ ب س د بڑا ہے زاویہ اس د سے

چونکہ مثلث د ب س میں زاویہ ب س د بڑا ہے زاویہ ب د س سے

اور حکم (۳۶ ش ام) کے بڑے زاویہ کو سامنے بڑا ضلع ہوتا ہے

اسی واسطے ب د بڑا ہے ب س سے

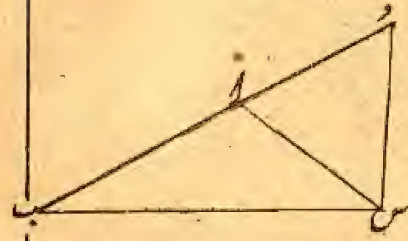
لیکن ب د برابر ہے ب اور اس کے

اسی واسطے اضلاع ب اور اس ملکر بڑے ب س سے

اسی طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ اب اور ب س ملکر بڑے اس سے ہیں

اور ب س میں اب بھی ملکر بڑے اب سے ہیں

اسی واسطے کوئی سے دو ضلع ملکر بڑے ہی ثابت کرنا تھا



(ن)
۱۱
۵۵

اگر مثلث کے ایک ضلع کی انجاسوں کے دو خطوط مستقیم ایک نقطہ تک مثلث کے اندر پہنچیں

تو وہ ملکر مثلث کو دو اور ضلعوں میں چھوٹے ہونگے مگر ان کے درمیان کا زاویہ بڑا ہوگا

وضن کرو کہ اب اس ایک مثلث ہے

اور ضلع ب س کے انجاسوں ب اور س سے

دو خطوط مستقیم ب اور س میں مثلث کے اندر نقطہ تک پہنچیں

تو ب اور س ملکر مثلث کو دو اور ضلع اب اور اس میں چھوٹے ہونگے

لیکن زاویہ درمیانی اور ب س بڑا ہوگا زاویہ ب اس سے

ب کو خارج کرو کہ اس سے نقطہ ہی پر ملے

چونکہ حکم (۳۷ ش ام) کے دو ضلع مثلث کے ملکر بڑے تیسرے ضلع سے ہوتے ہیں

اس لئے مثلث ب و س کے دو ضلع ب اور س ملکر بڑے ہوئے ضلع ب س سے

ان غیر مساویوں میں سے ہر ایک پر س زیادہ کرو

تو حکم (۳۸ علوم متعارفہ) کے ب اور اس ملکر بڑے ب س اور س سے

اور حکم (۳۹ ش ام) کے مثلث س س د کے دو ضلع س س د اور س د ملکر بڑے

میں تیسرے ضلع س د سے

ان غیر مساویوں میں سے ہر ایک پر ب زیادہ کرو

تو س س د اور س د ملکر بڑے ہوئے س د اور ب سے

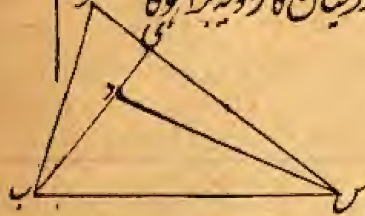
لیکن یہ ثابت ہو چکا ہے کہ ب اور اس ملکر بڑے ب س اور س سے ہیں

تو ب اور اس ملکر بڑے ب د اور د سے ہوئے

چونکہ حکم (۴۰ ش ام) کے زاویہ خارجہ کی مثلث کا بڑا مقابل ہر ایک کے اوپر داخل ہوتا ہے

تو زاویہ خارجہ ب د س مثلث س د س کا بڑا ہے مقابل کے زاویہ داخلہ س د س سے

اور اسی دلیل سے زاویہ خارجہ س د س مثلث اب س کا بڑا ہے



متقابل کے زاویہ داخل اس سے

لیکن یہ پہلے ثابت ہو چکا ہے

کہ زاویہ ب د س بڑا ہے زاویہ س ی ب سے

تو زاویہ ب د س بڑا ہوئے بڑا زاویہ ب اس سے ہوا

پس ایسا وسطی اگر مثلث کو ایک ضلع انج۔ یہی ثابت کرنا تھا

بایسویں شکل ثباتی

ایک مثلث بنا جس کے تینوں ضلع برابر ہوں تین خطوط مستقیم معلوم کی جنہیں سہ ہر ایک دوسرے میں تیسرے سے

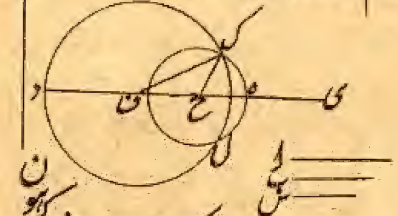
وہ من کرو کہ آ اور ب اور س تین خطوط مستقیم معلوم ہیں

جنہیں ہر ایک دوسرے میں تیسرے سے یکساں (مساوی) کے ہونی چاہئے

یعنی آ اور ب ملکر ٹہرے س سے

آ اور س ملکر ٹہرے ب سے

ب اور س ملکر ٹہرے آ سے



مطلوب یہ ہے کہ ایک مثلث بنا میں جس کے ضلع برابر آ اور ب اور س کو موافق اپنی اپنی نظیر

ایک خط مستقیم دی کہیچو جو ایک طرف نقطہ دینستی ہو لیکن ہی کی طرف غیر منتهی ہو

اور یکساں (مساوی) کو د ف برابر آ کے اور ف ج برابر ب کے اور ج ہ برابر س کے بناؤ

موجب (مطلوبہ) کے ف کو مرکز اور ف د کے بعد پر دائرہ دکل کہیچو

اور ج کے مرکز اور ج ہ کے بعد پر دائرہ دکل کہیچو

اور نقطہ ک سے جہاں دائرے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں ک ف و ک ح نقاط

وجہ نک کہیچو

تو مثلث ک ف ح ایسا بنیگا کہ اس کے ضلع برابر خطوط مستقیم آ اور ب اور س کے ہوں گے

چونکہ ف مرکز دائرہ دکل کا ہے

تو یکساں (مساوی) کے ف برابر ہے ف ک کے

لیکن ف د برابر ہے خط مستقیم آ کے

تو ف ک برابر ہے آ کے

اور چونکہ ح مرکز دائرہ دکل کا ہے

تو بموجب (موجب) کے ج ہ برابر ہے ج ک کے

لیکن ج ہ برابر س کے

اس لئے یکساں (مساوی) کے ج ک برابر ہے س کے

اور ف ح برابر ہے ب کے

ایسا وسطی تینوں خطوط مستقیم ک ف اور ف ح اور ج ک برابر تین خطوط مستقیم آ اور ب کے

اور س کے ہیں موافق اپنی اپنی نظیر کے

پس ایسا وسطی مثلث ک ف ح کے تینوں ضلع ک ف اور ف ح اور ج ک برابر تینوں

خطوط مستقیم آ اور ب اور س کے ہوئے عم

تیسویں شکل علی

ایک خط مستقیم معلوم ہو ایک زاویہ مستقیمہ ا خطین برابر ایک زاویہ مستقیمہ

معلوم کے بناؤ

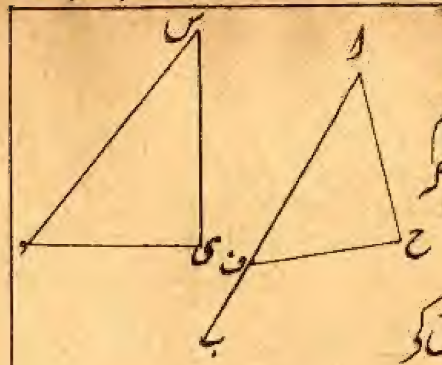
فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور او سمین آ نقطہ معلوم اور س ہی

زاویہ مستقیمہ ا خطین معلوم

مطلوب یہ ہے کہ نقطہ معلوم آ پر جو خط مستقیم معلوم اب میں ہر ایک اوید برابر زاویہ

مستقیمہ ا خطین معلوم دس ہی کو بنائیں

س د اور س ہی میں نقاط د اور س متعین کرو اور د ہی ملاؤ



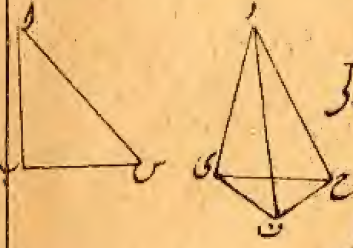
اور حکم (۲۲) مثلث افح
ایسا بناؤ کہ او کے ضلعے برابر تین خطوط مستقیم
سے دور دی اور یس کی ہوں اس طرح کہ
اف برابر یس کے
اور فح برابر دی کے اور ج برابر یس کی
تو زاویہ فح برابر زاویہ دی کی ہوگا
اس واسطے کہ اف اور فح برابر دیس کی ہیں موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور قاعدہ ح ف برابر قاعدہ دی کے
اسلئے حکم (۲۳) ام کے
زاویہ فح برابر ہے زاویہ دی کے
پس سیو وسطی نقطہ معلوم آ رہو خط مستقیم لب میں ہے زاویہ فح برابر زاویہ
مستقیمہ خطین معلوم دیس کی کے یکساں

چیمپون کل ثباتی

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کو دو ضلعے برابر دوسرے مثلث کے دو ضلعوں کے ہوں
موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث میں ان دو ضلعوں کا زاویہ درمیانی دوسرے
مثلث کے ان دو ضلعوں کے زاویہ درمیانی سے جو پہلے مثلث کے دو ضلعوں کے
برابر ہیں بڑا ہو تو جس مثلث کا زاویہ بڑا ہے اس کا قاعدہ بھی بڑا ہوگا دوسرے
مثلث کے قاعدہ سے

فرض کرو کہ لب اس اور دی ف دو مثلث ہیں جنکے دو ضلعے لب اور اس برابر ہیں
دو ضلعوں دی اور فح کو ہر ایک موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی لب برابر دی کے
اور اس برابر دی ف کے لیکن زاویہ ب اس بڑا ہے زاویہ دی ف سے

تو قاعدہ ب س بڑا ہوگا قاعدہ دی ف سے
پس اضلاع دی اور فح میں سے دی کو بڑا دیں سے مانکر
حکم (۲۴) مثلث ام کے خط مستقیم دی کی نقطہ ذیر زاویہ ی ح برابر زاویہ ب اس کے بناؤ
اور حکم (۲۵) مثلث ام کے دی برابر اس یاد ف کو بناؤ اور ی ح اور ج ف ملاؤ
اس سبب کہ دی برابر ہے لب کے اور دی برابر اس کے
دو ضلعے دی اور ج برابر ہو گئے دو ضلعوں لب اور اس کے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور زاویہ ی ح برابر ہے زاویہ ب اس کی



تو حکم (۲۶) مثلث ام کے قاعدہ ی ح برابر ہو قاعدہ ب س کی
اور چونکہ مثلث دی فح میں دی برابر ہے دی کے
تو حکم (۲۷) مثلث ام کے زاویہ دی فح برابر ہے زاویہ ب اس کی
اور حکم (۲۸) معلوم متعارفہ کے زاویہ دی فح برابر زاویہ ی ح ف سے ہر
اس واسطے زاویہ دی فح برابر ہے زاویہ ی ح ف سے
اسلئے زاویہ ی فح برابر ہے زاویہ ی ح ف سے
اور چونکہ مثلث ی فح میں زاویہ ی فح برابر ہے زاویہ ی ح ف سے
اور حکم (۲۹) مثلث ام کے بڑی زاویہ کی مقابل کا ضلع بڑا ہوتا ہے
اسلئے ضلع ی ح بڑا ہے ضلع ی ف سے
لیکن ی ح برابر ب س کے پہلے ثابت ہو چکا ہے
تو ب س بڑا ہے ی ف سے

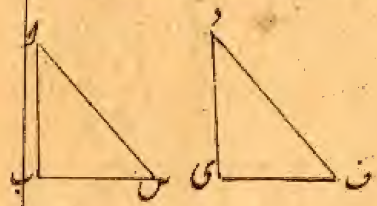
چیمپون کل ثباتی

اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کو دو ضلعے برابر ہوں دوسرے مثلث کو دو ضلعوں کے موافق

اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا قاعدہ بڑا دوسرے مثلث کو قاعدہ سے ہو تو زاویہ درمیانی
اوس مثلث کے دو ضلعوں کا جبکہ قاعدہ بڑا ہے بڑا ہو گا دوسرے مثلث کے اون
اضلاع کے زاویہ درمیانی سے جو پہلے مثلث کے ضلع کے برابر ہیں

فرض کرو کہ دو مثلث ا ب س اور د ی ف میں جنہیں دو ضلعے ا ب اور د ی برابر ہیں
دو ضلعوں د ی اور ی ف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی ا ب برابر د ی کو اور د ی برابر ی ف کو

لیکن قاعدہ ب س بڑا ہے قاعدہ ی ف سے
تو زاویہ ب اس بڑا ہو گا زاویہ ی ف کے
ہو سکتے کہ اگر زاویہ ب اس بڑا زاویہ ی ف ہو تو



ضرور ہو کہ وہ زاویہ ی ف کی برابر ہو گا یا چھوٹا زاویہ ی ف ہو گا

اگر زاویہ ب اس برابر ہے زاویہ ی ف کے

تو حکم (۴۴ شش ام) کے قاعدہ ب س چاہئے برابر ہو قاعدہ ی ف کے

لیکن بموجب فرض کے وہ برابر نہیں

اس سبب زاویہ ب اس برابر زاویہ ی ف کو تو نہیں ہے

اور اگر زاویہ ب اس چھوٹا زاویہ ی ف سے ہے

تو حکم (۴۴ شش ام) کے قاعدہ ب س چھوٹا ہے قاعدہ ی ف سے

لیکن وہ چھوٹا بھی بموجب فرض کے نہیں ہے

تو اس وجہ سے زاویہ ب اس چھوٹا بھی زاویہ ی ف سے نہیں ہے

اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ب اس برابر بھی زاویہ ی ف کے نہیں ہے

اس لئے زاویہ ب اس بڑا زاویہ ی ف سے ہوا

ہوا اسلئے اگر دو مثلثوں میں یہی ثابت کرنا تھا

چند بیویوں شکل ثباتی

زاویہ
۹۱
۵۱
۵۵

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کو دو زاویے برابر ہوں دوسرے مثلث کو دو زاویوں کو موافق اپنی
اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مثلث کے ایک ضلع کی اور یہ ضلع خواہ
مستقل مساوی زاویوں کو ہوں خواہ مقابل برابر زاویوں کے ہر طرح سے باقی ضلعے مثلثوں کو علی التناظر
برابر ہوں گے اور تیسرا زاویہ ایک مثلث کا برابر ہو گا دوسرے مثلث کے تیسرے زاویہ کے

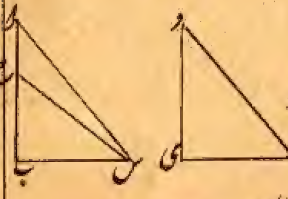
فرض کرو کہ دو مثلث ا ب س اور د ی ف میں جنہیں زاویے ا ب س اور ب س اور برابر ہیں
زاویوں د ی ف اور ی ف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی زاویہ ب س برابر زاویہ د ی ف کے

اور زاویہ ب س برابر زاویہ ی ف کے اور ایک ایک ضلع ہی آپس میں برابر ہے

اسکی دو صورتیں ہو سکتی ہیں اول صورت فرض کرو کہ یہ ضلعے جو برابر ہیں متضلع مساوی الزواؤں کے

ہیں یعنی ب س برابر ہے ی ف کے

تو اور اضلاع علی التناظر آپس میں مساوی ہونگے یعنی ا ب برابر د ی کو



اور اس برابر د ی کو اور تیسرا زاویہ ب س برابر زاویہ ی ف کے

ہو سکتے کہ اگر ا ب برابر د ی کے ہو تو ہر صورت میں ایک دوسرے سے بڑا ہو گا

اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ا ب بڑا ہے د ی سے

تو حکم (۴۴ شش ام) کے ب ج برابر د ی کے بناؤ اور س ج ملاؤ

تو اس سبب کہ مثلثوں ج ب س اور د ی ف میں ج ب برابر ہے د ی کے

اور ب س بموجب فرض کے برابر ہے ی ف کے

دو ضلعے ج ب اور ب س برابر ہوئے دو ضلعوں د ی اور ی ف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور زاویہ ج ب س برابر ہے زاویہ د ی ف کے

ہوا اسلئے حکم (۴۴ شش ام) کے مثلث ج ب س اور د ی ف آپس میں برابر ہو گا اور یہ ضلعے مساوی کے زاویوں کے

آپس میں برابر ہوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے

ہوا اسلئے زاویہ ج ب س برابر ہے زاویہ د ی ف کے

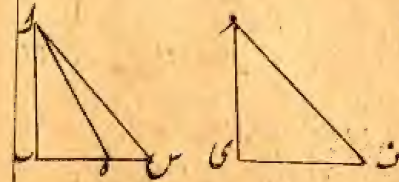
لیکن بموجب فرض کے زاویہ دے کی برابر ہے زاویہ اس کے
تو بموجب (اعلوم متعارفہ) کے زاویہ ج س برابر ہے زاویہ اس کے
اس لیے چھوٹا زاویہ برابر ہوا بڑے زاویہ کے اور یہ ناممکن
اس سے ثابت ہوا کہ اب اور دی غیر مساوی نہیں ہیں
یعنی وہ آپس میں برابر ہیں

پس مثلثوں اب س اور دی ف میں چونکہ اب برابر دی کے اور ب س بموجب فرض
کے برابر ہے دی ف کے

اور بموجب فرض کے زاویہ اب س برابر ہے زاویہ دی ف کے
اسی واسطی حکم (ہم شش ام) کے قاعدہ اس برابر ہے قاعدہ دے کے
اور تیسرا زاویہ ب اس برابر ہوا تیسرے زاویے دی ف کے

دوم فرض کرو کہ اضلاع جو آپس میں ہیں وہ مقابل مساوی زاویوں کے ہیں یعنی
اب برابر ہے دی کے

اس صورت میں بھی اور اضلاع علی التناظر آپس میں برابر ہونگے یعنی اس برابر دی کے اور ب س
برابر دی ف کے اور تیسرا زاویہ ب اس برابر تیسرے زاویہ دی ف کے
اس واسطی کہ اگر ب س برابر دی ف کو نہ ہو تو ضرور ایک او بین در کے سے بڑا ہوگا



اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ب س بڑا ہی ف ہے
تو حکم (۳ ش ام) کہ اب ہ برابر دی ف کو بناؤ اور لاؤ
چونکہ مثلثوں اب ہ اور دی ف میں

اب برابر ہے دی کے اور ب ہ برابر دی ف کے

اور زاویہ اب ہ بموجب فرض کے برابر ہے زاویہ دی ف کے
تو حکم (ہم شش ام) کے قاعدہ وہ برابر ہے قاعدہ دے کے

اور برابر اضلاع کے سامنے کی زاویے موافق اپنی اپنی نظر کے برابر ہیں
اس لیے زاویہ ب ہ برابر ہے زاویہ دی ف کے
لیکن بموجب فرض کے زاویہ دی ف برابر ہے زاویہ ب س کے
تو حکم (اعلوم متعارفہ) کے زاویہ ب ہ برابر ہے زاویہ ب س کے
یعنی زاویہ خارجہ ب ہ و مثلث اب س کا برابر ہوا مقابل کے زاویہ داخلہ ب س کے
اور یہ حکم (۷ ش ام) کے ناممکن
اس سے ثابت ہوا کہ ب س اور دی ف آپس میں غیر مساوی نہیں ہیں

یعنی وہ آپس میں برابر ہیں

پس مثلثوں اب س اور دی ف میں

اس لیے اب برابر ہے دی کے اور بموجب فرض کے ب س برابر ہے دی ف کے اور
زاویہ درمیانی اب س برابر ہے زاویہ درمیانی دی ف کے
حکم (ہم شش ام) کے قاعدہ اس برابر ہے قاعدہ دے کے
اور تیسرا زاویہ ب اس برابر ہے تیسرے زاویہ دی ف کے

اسی واسطی اگر دو مثلثوں النج یہی ثابت کرنا تھا

ستائیسویں شکل ثباتی

اگر ایک خط مستقیم و خطوط مستقیم پر واقع ہوا اور زاویے متبادل برابر پیدا کرے تو وہ دو مستقیم
متوازی ہوں گے

فرض کرو کہ خط مستقیم دی ف خطوط مستقیم اب س اور س دی پر واقع ہوتا ہے اور زاویے متبادل



دی ف اور دی ف کو باہم برابر پیدا کرتا ہے

تو اب متوازی ہوگا س کا

اس واسطی کہ اگر اب متوازی نہ ہوں گے

تو اب اور س د خارج ہو کر کسی جہت میں خواہ ب اور د کی جہت میں یا ا اور س کی جہت میں
فرض کرو کہ اب اور س د خارج ہونے سے ب اور د کی جہت میں فقط ج بر ملتے ہیں
تو جی ف ایک مثلث ہوا

اور چونکہ مثلث جی ف کا ضلع جی ا ایک خارج کیا گیا ہے
تو حکم (۱۵) اش ام کے اور کا زاویہ خارجی ا ف بڑا مقابل کے زاویہ داخلی می ف ج ہی ہوا
لیکن بموجب فرض کے زاویہ ا ف ب برابر ہے زاویہ می ف ج کے
اس واسطے زاویہ ا ف ب بڑا زاویہ می ف ج سے ہوا اور برابر ہی اس کے ہوا
اور یہ بنا ممکن

اس سے ثابت ہوا کہ ب اور د کی جانب میں تو اب اور س د خارج ہونے سے ملتے نہیں
اور سطح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ وہ آ اور س کی جانب میں ہی خارج ہوئے ہیں
اور بموجب (۲۵) کے خطوط مستقیم جو دو جہت میں علی الاستقامت خارج ہونے سے
کسی جہت میں نہیں ملتے ہیں وہ خطوط متوازیہ کہلاتے ہیں
اسی واسطے اب اور س د متوازی ہونے

اسی واسطے اگر ایک خط مستقیم ان پر ہی ثابت کرنا تھا
اٹھائیسویں شکل اثباتی
اگر دو خطوط مستقیم پر ایک خط مستقیم واقع ہو تو زاویہ متبادلو آپس میں برابر اور اس کے ایک
اپنی ایک جہت میں پیدا کرے یا دو زاویہ داخلی اپنی ایک جہت میں برابر دو قائمہ کے
تو وہ خطوط مستقیم متوازی باہم ہوں گے

فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم اب اور س د پر ایک خط مستقیم می ف واقع ہوتا ہے
اور زاویہ خارجی جی ب برابر مقابل کے زاویہ داخلی د کی اپنی ایک جہت میں پیدا کرتا
یا اپنے ایک جہت میں زاویہ داخلی ج ہ اور ج د ملکر برابر دو قائمہ کے پیدا کرتا ہے

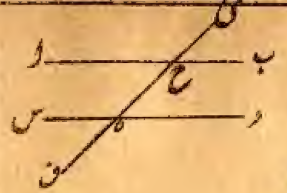
تو اب متوازی ہو گا س د کا
چونکہ بموجب فرض کے زاویہ می ج ب برابر ہے زاویہ ج د
اور حکم (۱۵) اش ام کے زاویہ می ج ب برابر ہے زاویہ ج د
اسی واسطے حکم (۱) علوم متعارفہ کے زاویہ ج ہ برابر ہو زاویہ ج د کے
اور یہ زاویہ متبادلو ہیں

اسی حکم (۲۵) اش ام کے اب متوازی ہو اس د کا
اور چونکہ بموجب فرض کے زاویہ ج ہ اور ج د ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں
اور حکم (۱۳) اش ام کے زاویہ ج ہ اور ج د ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں
اسی واسطے (۱) علوم متعارفہ کے زاویہ ج ہ اور ج د ملکر برابر دو قائمہ کے ہیں
ان مساویوں میں سے زاویہ مشترکہ ج ہ کو ساقط کرو

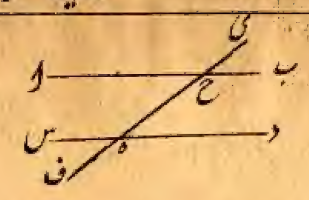
تو حکم (۲۵) علوم متعارفہ کے باقی زاویہ ج ہ برابر ہو باقی زاویہ ج د کے برابر یہ زاویہ متبادلو ہیں
تو حکم (۱۵) اش ام کے اب متوازی س د کا ہوا
اسی واسطے کہ اگر ایک خط مستقیم ان پر ہی ثابت کرنا تھا

اونتیسویں شکل ثباتی
اگر دو خطوط مستقیم متوازیہ پر ایک خط مستقیم واقع ہو تو زاویہ متبادلو آپس میں برابر اور اس کے ایک
جہت کے زاویہ داخلی اور خارجی آپس میں برابر اور دو زاویہ داخلی او سکی ایک جہت میں
برابر دو قائمہ کے پیدا ہوں گے

فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم متوازیہ اب اور س د پر خط مستقیم می ف واقع ہوتا ہے
تو زاویہ متبادلو ج ہ اور ج د آپس میں برابر ہوں گے اور زاویہ خارجی جی ب برابر ہو گا
مقابل کے زاویہ داخلی ج ہ د کے جو می ف کے ایک جانب میں
ہیں



اور اس کی ایک جہت کو دو زاوے داخلہ ج
اور جہد ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے
اس واسطے کہ اگر زاویہ ج ہ برابر جہد کے ہو



تو بشرط امکان فرض کرو کہ زاویہ جہد سے بڑا ہے
تو ان غیر مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ جہد زیادہ کر نیے
تجکم (۴۴) علوم متعارفہ کے زاوے جہد اور جہد ملکر بڑے ہوئے زاویوں جہد
اور جہد سے

لیکن تجکم (۴۵) اش ام کے زاوے جہد اور جہد ملکر برابر دو قائمون کے ہیں
تو زاوے جہد اور جہد ملکر دو قائمون سے ہوئے
لیکن بموجب (۴۶) علوم متعارفہ اگر دو خطوط مستقیم ہر ایک خط مستقیم سے واقع ہو کہ دو
زاوے داخلہ اپنی ایک جانب میں ملکر کم دو قائمون سے پیدا کرے تو وہ خطوط مستقیم متواتر
کہنیے جانے سے کہیں نہ کہیں آخر کار او طرف کے زاوے کم دو قائمون سے ہیں بلحاظ نیکی
اس واسطے چاہیے کہ خطوط مستقیم اب اور س کہنیے جائیے کہیں نہ کہیں با اور د کی سمت
میں بلجائیں گے

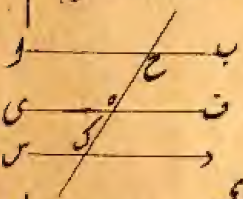
لیکن وہ کہیں نہیں مل سکتے اس لئے کہ موجب فرض کے متوازی ہیں
اس واسطے زاویہ جہد اور جہد ایکسین غیر مساوی نہیں ہیں
بلکہ زاویہ جہد ہ برابر ہے زاویہ متبادل جہد کے
دوم چونکہ تجکم (۴۵) اش ام کے زاویہ جہد ہ برابر ہے زاویہ جہد ب کے
اور زاویہ جہد ہ برابر ہے زاویہ جہد کے
تو زاویہ خارجہ جہد ہ برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ جہد کے جو خط کے ایک جانب میں ہیں
تو ہم چونکہ زاویہ جہد ہ برابر ہے زاویہ جہد کے

ان میں سے ہر ایک پر زاویہ جہد زیادہ کرو
تو تجکم (۴۷) علوم متعارفہ کے زاوے جہد اور جہد ملکر برابر ہوئے زاویوں جہد اور
جہد کے

لیکن تجکم (۴۸) اش ام کے زاوے جہد اور جہد ملکر برابر دو قائمون کے ہیں
تو تجکم (۴۹) علوم متعارفہ کے دو زاوے داخلہ جہد اور جہد کے ایک جانب میں ملکر
برابر دو قائمون کے ہوئے

تیسویں شکل ثباتی

خطوط مستقیم جو ایک ہی خط مستقیم کے متوازی ہوں ایک دوسرے کے متوازی ہوتے ہیں
فرض کرو کہ اب اور س میں سے ہر ایک متوازی جہد کا ہو
تو اب متوازی س دکا ہوگا

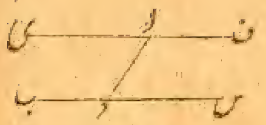


ایسا ایک خط مستقیم جہد فرض کرو کہ اب اور جہد اور س دو قطع کری
چونکہ جہد کے خط مستقیم متوازیہ اب اور جہد کو نقاط جہد اور جہد پر قطع کرتا ہے
تو تجکم (۵۰) اش ام کے زاویہ جہد ہ برابر ہے زاویہ متبادل جہد ہ کے
اور چونکہ جہد کے خطوط متوازیہ جہد اور س دو کوہ اور ک پر قطع کرتا ہے
تو تجکم (۵۱) اش ام کے زاویہ خارجہ جہد ہ برابر ہے زاویہ داخلہ جہد کے
اور ہم ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ جہد ہ برابر ہے زاویہ جہد ہ کے
تو زاویہ جہد ہ برابر ہو زاویہ جہد کے

اور ہم زاوے متبادل جہد
تو تجکم (۵۲) اش ام کے اب متوازی ہو اس دکا
اس واسطے خطوط مستقیم لے۔ یہی ثابت کرنا تھا

اکیسویں شکل

نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو
 فرض کرو کہ نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہے
 مطلوب یہ کہ نقطہ و س خط مستقیم موازی خط مستقیم س کا نکالیں
 ب س میں کوئی نقطہ کا متعین کرو اور و ملاؤ
 اور حکم (۲۲ شام) کو خط مستقیم و کے نقطہ و پر زاویہ دہائی
 برابر زاویہ و س کے مقابل سمت میں رد کے بناؤ
 اور خط مستقیم ی کو نقطہ و تک خارج کرو
 تو ی و متوازی ب س کا ہوگا



اسو اصلی کہ خط مستقیم و د خط مستقیم ب س اور ی و پر واقع ہے اور زاوے متبادلے
 ی و د اور و س اسپین برابر پیدا کرتا ہے

تو حکم (۲۳ شام) کے ی و متوازی ہو اب س کا
 اسو اصلی خط مستقیم ی و نقطہ و سے متوازی خط مستقیم معلوم ب س کا کھینچ گیا سم

اکیسویں شکل ثباتی

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع خارج کیا جائے تو زاویہ خارج برابر ہوتا ہے دو مقابل کے داخل
 زاویوں کے اور تینوں زاوے داخلے مثلث کو ملکر برابر دو قائموں کے ہوتے ہیں
 فرض کرو کہ اب س مثلث ہو ب کا ضلع ب س نقطہ و تک
 خارج کیا گیا ہے



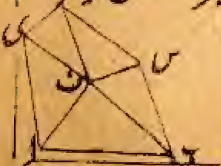
تو زاویہ خارج اب س برابر ہوگا دو مقابل کے داخلے زاویوں
 س اب و اور اب س کو اور تینوں زاوے داخلے مثلث کو یعنی زاوے اب س اور ب س و
 اور س اب و ملکر برابر دو قائموں کے ہونگے

تو حکم (۲۴ شام) کے نقطہ س سے س ی متوازی ضلع ب و کا نکالو
 چونکہ اب متوازی س و کا ہے اور اس اوں پر واقع ہوتا ہے
 تو حکم (۲۴ شام) کے زاوے متبادلے اس ی اور اب س اسپین برابر ہیں
 اور اب متوازی س ی کا ہے اور ب و اوں پر واقع ہوتا ہے
 تو زاویہ خارج ی س و برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ اب س کے
 اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ اس ی برابر ہے زاویہ اب اس کے
 تو حکم (۲۵ علوم متعارفہ) کے کل زاویہ خارج اب س و برابر ہے دو مقابل کے
 داخلے زاویوں س اب و اور اب س کے

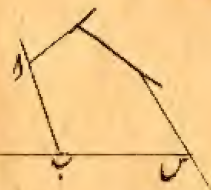
اور چونکہ زاویہ اس و برابر ہے دو زاویوں اب س و اور اب اس کے
 تو ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ اب س زیادہ کرنے سے
 زاوے اس و اور اس ب ملکر برابر ہونگے زاویوں س ب و اور اب اس و اور اس ب کے
 لیکن حکم (۲۳ شام) کے زاوے اس و اور اس ب ملکر برابر دو قائموں کے ہیں
 اس واسطے حکم (۲۵ علوم متعارفہ) کے زاویے س ب و اور اب اس و اور اس ب ملکر برابر دو قائموں کے
 اس واسطے اگر اب ضلع کسی مثلث کا خارج کیا جاوے اس طرح یہی ثابت کرنا تھا

پہلا نتیجہ صریح

کسی شکل مستقیمہ الاضلاع کے سارے زاوے داخلے چار قائموں کے اتنے قائم ہوتے ہیں
 کہ اوں کی تعداد اضلاع مستقیمہ الاضلاع کی تعداد سے دو چند ہوتی ہے
 اس واسطے کہ اگر کسی شکل مستقیمہ الاضلاع اب س و ی کے اندر کوئی نقطہ متعین کر کے
 زاویوں میں اس کے خط مستقیم ملائیں تو وہ اتنی مثلثیں تقسیم ہوگی جتنی اس کے ضلع میں
 چونکہ مثلث کے تینوں زاوے داخلے برابر دو قائموں کے ہوتے ہیں
 اور یہاں مثلث اتنے میں جتنے کثیر الاضلاع کے ضلع ہیں



مقابلہ
اسکے زاویوں ان مثلثوں کے ملکر برابر ہوتا ہو گئے ہیں کہ ان کی تعداد مثلثوں کی تعداد یعنی اضلاع
مستقیم الاضلاع کی تعداد سے دو چند ہے
لیکن ان مثلثوں سارے زاویے کیا ہیں کہ مستقیم الاضلاع کے تمام زاویے داخلے
اور چار قانوں جو فقط پر بنتے ہیں
اور حکم (۲) نتیجہ ۱۵ ام) کہ سب دو فقط پر یکساں مثلثوں کا راس کہ ہر ملکر برابر چار قانوں کے ہیں
ہو اسطیٰ کہ وہ ان مثلثوں کو برابر بن شکل مستقیم الاضلاع کے سب زاویوں اور چار قانوں کے
لیکن یہ ثابت ہو چکا ہے کہ مثلثوں کے سب زاویے ملکر اتنے قانے ہیں کہ ان کی تعداد دو چند
اضلاع مستقیم الاضلاع کی تعداد سے ہو
ہو اسطیٰ کہ شکل مستقیم الاضلاع کے سب زاویے مع چار قانوں کے اتنے قانے ہوں گے کہ ان کی
اضلاع مستقیم الاضلاع کی تعداد سے دو چند ہے
دوسرا نتیجہ صریح
ہر شکل مستقیم الاضلاع کے کل خارجے زاویے ملکر برابر چار قانوں کے ہوتے ہیں
چونکہ ہر زاویہ داخلہ مثلاً اب س مع متصل کے زاویہ خارج اب د کے
حکم (۳) ام) کے برابر دو قانوں کے ہے
اسو اسطیٰ کہ ان زاویے داخلے مع کل خارجے زاویوں کا
قانون بن جائے کہ تعداد دو چند اضلاع مستقیم الاضلاع کی تعداد ہو
اور بموجب نتیجہ ۱۵ کو ہر صدر کے ساری زاویے داخلے مع چار قانوں کے اتنے قانے ہیں کہ ان کی
تعداد اضلاع مستقیم الاضلاع کی تعداد سے دو چند ہے
اسوجہ حکم (۴) علوم متعارفہ کے سارے داخلے زاویے مع سب خارجی زاویوں کے
برابر سارے داخلی زاویوں اور چار قانوں کے ہوتے
ان مساویوں میں سے کل ان کے داخلے مشترک ہیں اور نہیں سا قضا کرد



(۱)
(۱۹)
(۵)
(۹۵)

تو حکم (۲) علوم متعارفہ کے تمام زاویے خارجہ مستقیم الاضلاع کے ملکر برابر چار قانوں کے رہنے
تیسریوں شکل ثانی
اگر دو خطوط مستقیم متوازی اور متساوی کے ایک ایک جہت کی طرف میں خطوط مستقیم صیقل ہیں
تو وہ ایک دوسرے کے متوازی اور متساوی ہوں گے
فرض کرو کہ اب اور س متساوی اور متوازی خطوط مستقیم ہیں اور ان کی ایک ایک جہت کی
اطراف میں خطوط مستقیم اس اور ب د ملائے گئے ہیں
تو اس اور ب د متساوی اور متوازی ہوں گے
ب س ملاؤ
چونکہ بموجب فرض کے اب متوازی س د کا ہے
اور ب س اوپر واقع ہوتا ہے
تو حکم (۲) ام) کے زاویے متبادلے اب س اور ب س د اسپین برابر ہیں
اور اس سبب کہ اب برابر ہے س د کے
اور ب س دو مثلثوں اب س اور ب د س میں مشترک ہے
دو ضلع اب اور ب س برابر ہیں دو ضلعون د س اور س ب کی موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور زاویہ اب س برابر زاویہ ب س د کے ثابت ہو چکا
ہو اسطیٰ حکم (۴) ام) کے قاعدہ اس برابر ہے قاعدہ ب د کے
اور مثلث اب س برابر ہے مثلث ب س د کے
اور برابر اضلاع کے مقابل کے زاویے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
اسیو اسطیٰ کہ زاویہ اس ب برابر ہے زاویہ س ب د کے
اور چونکہ خط مستقیم ب س دو خطوط مستقیم اس اور ب د پر واقع ہوتا ہے
اور زاویے متبادلے اس ب اور س ب د متساوی پیدا کرتا ہے
تو حکم (۲) ام) کے اس متوازی ہو اب د کا

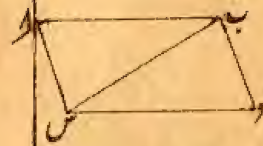


اور اس برابر د کے ثابت ہو چکا ہے

پس اسو اسلی اگر خط مستقیم جو انجی ثابت کرنا تھا
چونستیسوین شکل ثباتی

متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلع اور اوئے اسپین برابر ہوتے ہیں اور قطر اسکی نصف
کرتا ہے یعنی برابر دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے

رض کرو کہ اس متوازی الاضلاع اور اس او سکا قطر ہے
تو شکل کے مقابل کے ضلع اور زاوئے اسپین برابر ہوں گے اور قطر
اس او سکی نصف کر لگا



چونکہ اس متوازی اس دکا ہے اور اس اوں پر واقع ہوتا ہے
تو حکم (۲۹ شام) کے زاویہ متبادل اس برابر ہے زاویہ متبادل اس د کے
اور چونکہ اس متوازی اس دکا ہے اور اس اوں پر واقع ہوتا ہے
تو حکم (۲۹ شام) کے زاویہ متبادل اس برابر ہے زاویہ اس د کے
اوسے ثابت ہوا کہ دو مثلثوں اس اور اس د میں

دو زاوئے اس اور اس برابر ہوں گے دو زاویوں د س ب اور س ب د کو موافق پیکر لیں
اور ایک ضلع اس جو متصل مساوی زاویوں کو ہے دو مثلثوں میں مشترک ہے
تو حکم (۲۶ شام) کے ان کے اور اضلاع موافق اپنی اپنی نظیر کے اسپین مساوی ہوں گے اور
ایک مثلث کا تیسرا زاویہ برابر ہوگا دوسرے مثلث کو تیسرے زاویہ کے
یعنی ضلع اس برابر ضلع س د کے اور ضلع اس برابر ضلع س د کے اور زاویہ اس برابر زاویہ س د کے
اور چونکہ زاویہ اس برابر ہے زاویہ س د کے
اور زاویہ س د برابر ہے زاویہ اس د کے
تو حکم (۲۷ علم متعارفہ) کے کل زاویہ د برابر ہے کل زاویہ اس د کے

اور زاویہ اس برابر اس د کے پہلے ثابت ہو چکا ہے

پس اسی سبب متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلع اور زاوئے اسپین برابر ثابت ہو گئے
اور متوازی الاضلاع کے قطر نصف ہی کرتا ہے

اسو اسلی کہ اس برابر اس د کے اور اس مشترک ہے

دو ضلع اس اور اس برابر ہوں گے و ضلعوں د س اور س ب کو موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ اس برابر ہے زاویہ س د کے

اسیو اسلی حکم (۲۸ شام) کے مثلث اس برابر ہوگا مثلث س د کے

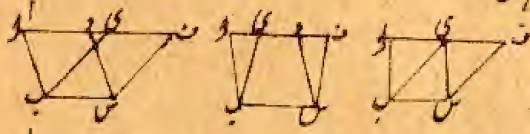
اور قطر اس متوازی الاضلاع اس د کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے یہی ثابت کرنا تھا

نیتیسوین شکل ثباتی

متوازی الاضلاع میں کہ ایک ہی قاعدہ ہر ایک ہی خط متوازیہ کو میان واقع ہوں اسپین برابر ہوں گے
روض کرو کہ متوازی الاضلاع میں اس د اور س ب ف ایک ہی قاعدہ اس پر درمیان

متوازی اس د اور س ب واقع ہوں ہیں

تو متوازی الاضلاع اس د برابر ہوگی



متوازی الاضلاع س ب ف کو

اگر متوازی الاضلاع اس د

اور س ب ف کو اضلاع اس د اور د ف مقابل قاعدہ س د کو ایک ہی نقطہ پر منتهی ہوتے ہیں

تو ظاہر ہے کہ متوازی الاضلاع دو چند حکم (۲۸ شام) کے مثلث اس د سے ہوگی

اسیو اسلی حکم (۲۷ علم متعارفہ) کے متوازی الاضلاع اس د برابر ہوگی

متوازی الاضلاع د س ف کے

لیکن اگر متوازی الاضلاع اس د اور س ب ف کے قاعدہ س د کے مقابل کے

اضلاع اس د اور س ب ف ایک نقطہ پر منتهی ہوتے

اگر اس سے پہلے کہ اس متوازی الاضلاع ہے
 حکم (۴۴) منس ام) کے اور برابر ہے اس کے
 اور اسی وجہ سے ی ف برابر ہے اس کے
 اسے واسطی حکم (اعلوم) کے اور برابر ہے ی ف کے
 اور دی مشترک ہے

اسے واسطی حکم (۴۵) اعلوم) کے کل باقی آوی برابر ہوئی کل باقی ف کے
 اور حکم (۴۶) منس ام) کے اس برابر ہے اس کے
 اسے ثابت ہوا کہ مثلثوں ی اب اور ف دس میں ف برابر ہوئی اس کے اور دس برابر اب کے
 اور حکم (۴۷) منس ام) کے زاویہ خارج ف دس برابر ہوئے مقابل کے زاویہ داخلہ ی اب کے
 تو حکم (۴۸) منس ام) کے قاعدہ ف دس برابر ہوئے قاعدہ ی اب کے اور مثلث ف دس برابر ہے
 مثلث ی اب کے

مثلث ف دس کو منحرف اب س ف دس سے ساقط کرو
 اور نیز اسی منحرف دس سے مثلث ی اب کو ہی نکال ڈالو
 تو حکم (۴۹) اعلوم) کے باقیات برابر رہینگے

اسے واسطی متوازی الاضلاع اب س د برابر ہوئی متوازی الاضلاع ی اب س ف کے
 اسے واسطی متوازی الاضلاع دس ی اب س ف قاعدہ برابر ہی ثابت کرنا تھا

چند سیون شکل ثباتی

متوازی الاضلاع میں جو متساوی قاعدہ وان پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہوں
 آپس میں متساوی ہوتے ہیں

فرض کرو کہ متوازی الاضلاع اب س د اور ی ف دس برابر قاعدہ اب س اور ف دس پر
 درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ راہ اور ب ج کے واقع ہوں

تو متوازی الاضلاع اب س د برابر ہوئی متوازی الاضلاع
 ی ف دس کے بی او دس ملاؤ

چونکہ موجب فرض کے اب س برابر ہے ف دس کے اور
 حکم (۴۴) منس ام) کے ف دس برابر ہے ی ف کے
 تو حکم (اعلوم) کے اب س برابر ہوئی آہ کے
 اور یہ خطوط متوازی ہی ہیں



اور نو کی ایک جہت کی اطراف میں خطوط مستقیم اب س اور س د ملائے گئے ہیں
 اور حکم (۴۵) منس ام) کے خطوط مستقیم جو متساوی اور متوازی خطوط مستقیم کی ایک جانب کی
 طرفوں میں ملائے جائے ہیں متساوی اور متوازی ہوتے ہیں
 اس واسطے اب س اور س د متساوی اور متوازی ہوئے

اور اس لیے موجب {۱} احد کے ی اب س د متوازی الاضلاع ہوئے

اور چونکہ متوازی الاضلاع میں اب س د اور ی ف دس ایک قاعدہ اب س پر

درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ اب س اور راہ کے واقع ہیں

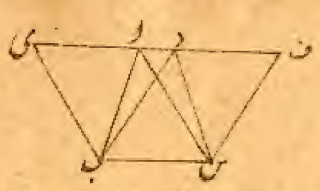
اس لیے حکم (۴۵) منس ام) کے متوازی الاضلاع اب س د برابر ہوئے متوازی الاضلاع ی اب س د کے
 اور اسی ہی دلیل سے متوازی الاضلاع ی ف دس برابر ہے متوازی الاضلاع ی اب س د کے
 اسے واسطی حکم (اعلوم منفرغہ) کے متوازی الاضلاع اب س د برابر ہوئے متوازی الاضلاع
 ی ف دس کے

اسے واسطی متوازی الاضلاع میں اوپر برابر قاعدہ وان کے انج ہی ثابت کرنا تھا

سینتیسون شکل ثباتی

جو مثلث ایک ہی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہوتے ہیں آپس میں متساوی
 ہوتے ہیں

فرض کرو کہ مثلثین ا ب س اور د ب س ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان ایک ہی خطوط



متوازیہ و د اور ب س کے واقع ہوں
تو مثلث ا ب س برابر ہوگا مثلث د ب س کے
اور کو دو خطوط تقاطعی اور ق تک خارج کرو

اور حکم (۳۳ ش ۱۸) کے ب سے ب سی متوازی و س کا
اور س سے س ق متوازی بد کا نکالو

تو اس شکل ی ب س و اور د ب س ق میں ہر ایک شکل متوازی الاضلاع ہے

اور حکم (۳۵ ش ۱۸) کے ی ب س و برابر ہے د ب س ق کے

اسلئے کہ وہ ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ی ق کو واقع ہیں

اور چونکہ قطر ا ب متوازی الاضلاع ی ب س و کی تصنیف کرتا ہے

تو حکم (۳۳ ش ۱۸) کے متوازی الاضلاع ی ب س و کا مثلث ا ب س نصف ہی

اور چونکہ قطر د س متوازی الاضلاع د ب س ق کی تصنیف کرتا ہے

تو مثلث د ب س نصف ہی متوازی الاضلاع د ب س ق کا

اور حکم (۳۵ ش ۱۸) کے برابر چیزوں کی نصف ہی برابر ہوتے ہیں

اسلئے مثلث ا ب س برابر ہوگا مثلث د ب س کے

اسیو اعلیٰ مثلث انج ہی ثابت کرتا تھا

اور تالیسویں شکل ثباتی

جو مثلث برابر قاعدوں پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کو واقع ہوں وہ آپس میں برابر ہوتے ہیں

فرض کرو کہ مثلثات ا ب س اور دی ق منساوی قاعدوں ب س اور ی ق کو درمیان ایک

ہی خطوط متوازیہ ب ق اور و د کے واقع ہیں

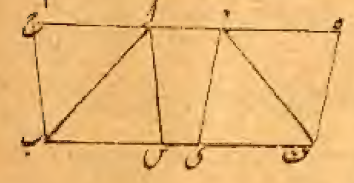
تو مثلث ا ب س برابر ہوگا مثلث دی ق کے

اور کو دو خطوط ہ ا و ر ج تک خارج کرو

اور حکم (۳۳ ش ۱۸) کے نقطہ ب سے ب س متوازی و س کا

اور نقطہ ق سے ق و متوازی ی ق کا نکالو

تو ہر اس شکل ج ب س و اور دی ق میں سے ہر ایک شکل متوازی الاضلاع ہے



اور حکم (۳۴ ش ۱۸) کو وہ منساوی ہی ہیں

اسلئے کہ منساوی قاعدوں ب س اور ی ق پر

درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب ق اور ج و کے واقع ہیں

اور چونکہ قطر ا ب متوازی الاضلاع ج ب س و کی تصنیف کرتا ہے

اسلئے حکم (۳۵ ش ۱۸) کے مثلث ا ب س نصف ہی

متوازی الاضلاع ج ب س و کا

اور چونکہ قطر د ق متوازی الاضلاع دی ق و کی تصنیف کرتا ہے

اسلئے حکم (۳۳ ش ۱۸) کے مثلث دی ق نصف ہی متوازی الاضلاع دی ق و کا

اور بموجب (۳۵ ش ۱۸) کے برابر چیزوں کی نصف نصف آپس میں منساوی ہوتے ہیں

اسلئے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث دی ق کے

اسیو اعلیٰ مثلثات برابر قاعدوں پر انج ہی ثابت کرتا تھا

اور تالیسویں شکل ثباتی

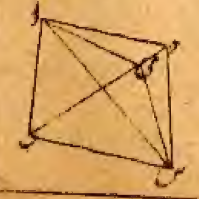
ایک قاعدہ پر ایک ہی جانب میں جو برابر مثلث واقع ہوں وہ ایک ہی خطوط متوازیہ درمیان ہوں گے

فرض کرو کہ برابر مثلثین ا ب س اور د ب س ایک ہی قاعدہ ب س پر ایک ہی جانب میں واقع ہیں

تو مثلث ا ب س اور د ب س درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کو ہوں گے

ملاؤ آؤ تو وہ متوازی ب س کا ہوگا

اسلئے اعلیٰ کہ اگر دو متوازی ب س کا نہ ہو



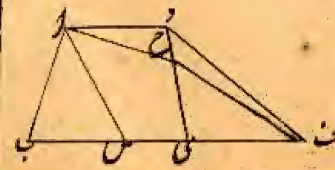
تو بشرط امکان حکم ۳۱ ام کے نقطہ آسے اور متوازی بس کا ب و سے یا ب د محدود
سے نقطہ کی پر ملتا ہوا نکالو اور سی اس ملاؤ

تو حکم (۲۷ ش ۸) کے مثلث اب س برابر ہے مثلث بی س کے
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ بس پر درمیان خطوط متوازی بس اور آئی کے واقع ہیں
لیکن بموجب فرض کے مثلث اب س برابر ہے مثلث دب س کے
اسی واسطی مثلث دب س برابر ہوا مثلث بی س کے
اس واسطی بڑا مثلث برابر ہوا چوتھے مثلث کے اور یہ ناممکن ہے
اسی واسطی اور متوازی بس کا نہیں ہے

اور یہ طرح سے ثابت ہوتا ہے
کہ کوئی خط مستقیم سوا او د کے متوازی بس کا نہیں نکل سکتا
اسی واسطی او د متوازی بس کا ہوا

اسی واسطی برابر مثلث او پر انچ بھی ثابت کرنا تھا
چالیسویں شکل ثباتی

مثلثات متساویہ برابر قاعدوں پر جو ایک سیدہ میں ہیں اور قاعدوں کی ایک ہی سمت میں واقع
ہیں وہ ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان ہوتے ہیں
فرض کرو کہ مثلثیں اب س اور بی د برابر قاعدوں بس اور بی د پر جو ایک خط مستقیم
ب ق میں ہیں او کی ایک جہت میں واقع ہیں
تو وہ ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان میں ہونگے
ملاؤ او د تو او د متوازی بس ب ق کا ہوگا



اسی واسطی کہ اگر او د متوازی بس ب ق کا نہ ہو
تو بشرط امکان حکم (۲۷ ش ۸) کے نقطہ آسے اور متوازی بس کا ب و سے یا ب د محدود

۳۱
۳۰
۲۹
۲۸

سے ملتا ہوا نقطہ ح پر کھجوا اور ج ق ملاؤ

تو حکم (۲۷ ش ۸) کے مثلث اب س برابر ہے مثلث بی س کے

کیونکہ وہ برابر قاعدوں بس اور بی د کے

او پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہیں

لیکن بموجب فرض کے مثلث اب س برابر ہے مثلث دب س کے

اسی واسطی حکم (۲۷ ش ۸) کے مثلث دب س برابر ہوا مثلث بی س کے

اسی واسطی بڑا مثلث برابر ہے چوتھے مثلث کا اور یہ ناممکن

اسی واسطی اور متوازی بس ب ق کا نہیں ہے

اور یہ طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ کوئی خط مستقیم سوا او د کے متوازی

بس کا نہیں نکل سکتا

اسی واسطی او د متوازی بس ب ق کا ہے

اسی واسطی برابر مثلثیں او پر انچ بھی ثابت کرنا تھا

اکتالیسویں شکل ثباتی

اگر متوازی الاضلاع او مثلث ایک ہی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہوں

تو متوازی الاضلاع دو چند مثلث ہو گے

فرض کرو کہ متوازی الاضلاع اب س داو مثلث بی س ایک ہی قاعدہ بس پر درمیان

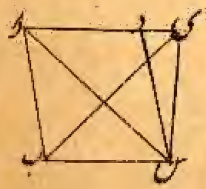
ایک ہی خطوط متوازیہ بس اور آئی کے واقع ہیں

تو متوازی الاضلاع اب س داو چند مثلث بی س ہوگی

اس ملاؤ

حکم (۲۷ ش ۸) کے مثلث اب س برابر ہے مثلث بی س کے

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ بس پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ بس اور آئی کے واقع ہیں

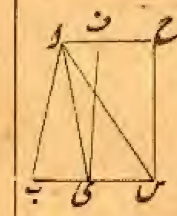


لیکن متوازی الاضلاع اب س د دو چند ہے مثلث اب س سے
اسلئے کہ حکم (۴۴ ش ام) قطر اس متوازی الاضلاع کے تھیف کرتا ہے
اسی واسطی متوازی الاضلاع اب س د دو چند ہے مثلث اب س سے
اسی واسطی اگر ایک متوازی الاضلاع اور مثلث انج ہی ثابت کرنا تھا

بیالیسونین شکل عملی

ایک متوازی الاضلاع متساوی ایک مثلث معلوم کی بناؤ جس کا ایک زاویہ برابر ایک زاویہ معلوم
مستقیمہ خطین کے ہو

فرض کرو کہ اب س مثلث اور زاویہ مستقیمہ خطین معلوم ہے
مطلوبہ یہ ہے کہ متوازی الاضلاع مثلث اب س کے برابر بنائیں جس کا ایک زاویہ برابر
زاویہ د کے ہو



حکم (۴۵ ش ام) کے بس کو نقطہ بی پر تھیف کرو اور اسی ملاؤ د
اور حکم (۴۳ ش ام) کے نقطہ بی پر خط مستقیم می س کے
زاویہ س کی ف برابر زاویہ معلوم د کے بناؤ

اور حکم (۴۲ ش ام) کے نقطہ س سے س ح متوازی می ف کا
اور نقطہ ا سے ا ف ح متوازی می س کا ی ف سے نقطہ ف پر اور س ح سے
نقطہ ج پر ملتا ہوا نکالو

اس واسطی بموجب (۱۱ حدود) کے س ی ف ح متوازی الاضلاع ہے
اور چونکہ مثلثین اب سی اور ای س برابر قاعدوں ب سی اور ی س پر
اور درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ا ج کے واقع ہیں

اسلئے حکم (۴۳ ش ام) کے وہ آپس میں برابر ہیں
اور اسلئے مثلث اب س دو چند ہے مثلث ای س سے

لیکن حکم (۴۱ ش ام) کے متوازی الاضلاع ف ی س ح دو چند مثلث ای س سے ہے
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ف ی س پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ می س اور ا ج کے واقع ہیں
اس واسطی حکم (۴۱ علوم متعارفہ) کے متوازی الاضلاع ف ی س ح برابر ہے مثلث اب س کے
اور اس کا ایک زاویہ س ی ف برابر ہے زاویہ د کے

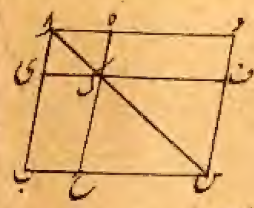
اسی واسطی متوازی الاضلاع ف ی س ح متساوی مثلث اب س کے بنائی

جس کا ایک زاویہ س ی ف برابر زاویہ معلوم د کے ہے عم

تینتالیسونین شکل ثباتی

متمم متوازی الاضلاع کے جو کسی متوازی الاضلاع کے قطر کے گرد واقع ہوں آپس میں برابر ہوتے ہیں
فرض کرو کہ اب س د متوازی الاضلاع ہے جس کا قطر اس ہے اور می ہ

اور ج ف متوازی الاضلاع میں گرد قطر اس کے میں بیضے اس جنین گذرتا ہے
اور ب ک اور ک د اور متوازی الاعین میں جو شکل اب س د کو تمام کرتے ہیں



اور اسی واسطی اول لکنا نام متمم ہے
تو متمم ب ک برابر ہو گا متمم ک د کے

چونکہ اب س د متوازی الاضلاع ہی اور اس کا قطر ہو

تو حکم (۴۴ ش ام) کے مثلث اب س برابر ہے مثلث ا د س کو

اور چونکہ ای ک ہ متوازی الاضلاع ہے اور ا ک او کا قطر ہے

تو حکم (۴۴ ش ام) کے مثلث ای ک برابر ہے مثلث ا ہ ک کے

اور اسی دلیل سے مثلث ک ح س برابر ہے مثلث ک ف س کے

تو حکم (۴۱ علوم متعارفہ) دو مثلث ای ک اور ک ح س ملکر برابر ہوئے

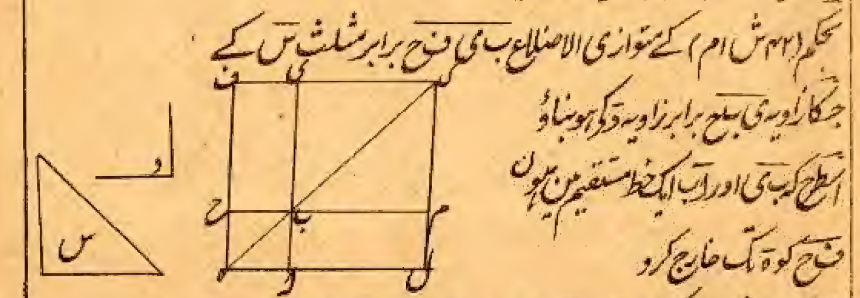
مثلثوں ا ہ ک اور ک ف س کے مجموعہ کے

لیکن کل مثلث اب س برابر ہے کل مثلث ا د س کے

اسیو مطلق حکم (۱۲) معلوم متعارفہ کو باقی متمم تک برابر ہوا باقی متمم کے
اسیو مطلق متمم الخ بھی ثابت کرنا تھا

چوالیسویں شکل عملی

ایک خط مستقیم معلوم پر ایک متوازی الاضلاع متساوی ایک مثلث معلوم کے بناؤ جس کے
زاویوں میں سے ایک زاویہ برابر ایک زاویہ مستقیمہ الخ میں معلوم کے ہو
فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور اس مثلث معلوم اور زاویہ مستقیمہ الخ میں معلوم ہے
مطلوب یہ ہے کہ خط مستقیم اب پر متوازی الاضلاع متساوی مثلث معلوم اس کے بناوین
جس کا ایک زاویہ برابر زاویہ دے کے ہو



حکم (۲۲ ش ام) کے متوازی الاضلاع بی بی فی ج برابر مثلث اس کے
جس کا زاویہ بی بی ج برابر زاویہ دے کے ہو بناؤ
اس طرح کہ بی اور اب ایک خط مستقیم بنوں
فی ج کو وہ ایک خارج کرو

اور حکم (۲۳ ش ام) کے نقطہ سے وہ متوازی بی ج یا بی فی ج کا نکالو اور ملاؤ بے
جو کہ وہ خط متوازی وہ اور بی ج پر واقع ہوں گے
اس لئے حکم (۲۴ ش ام) کے زاویہ فی ج اور بی ج ملکر دو قانوں کے ہیں
ہو اسطے زاویہ بی ج اور بی ج ملکر دو قانوں سے ہیں
لیکن حکم (۲۵ معلوم متعارفہ) کے خطوط مستقیم جو ایک خط مستقیم کے ساتھ ملکر دو زاویے
داخلے ایک جہت میں ملکر دو قانوں سے پیدا کرتے ہیں
تو وہ خارج ہو جانے سے بجاتے ہیں

ہو اسطے وہ بی اور بی جی خارج ہونے سے مل جائیگے
فرض کرو کہ وہ نقطہ بی جی پر خارج ہونے سے ملتے ہیں

اور حکم (۲۶ ش ام) کے نقطہ سے کل متوازی بی جی یا بی ج کا کھینچو
اور وہ بی ج اور ج بی کو ایسا خارج کرو کہ کل سے نقاط کل اور بی ج پر ملے
تو وہ کل کے متوازی الاضلاع ہے

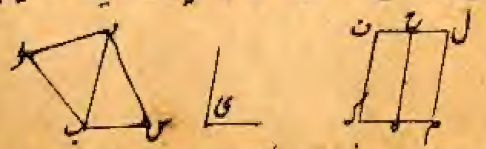
جس کا قطر دے ہے اور بی ج اور بی جی متوازی الاضلاعین گرد قطر دے کے ہیں
اور بی ج اور بی جی اوٹے متمم ہیں
ہو اسطے حکم (۲۷ ش ام) کے متمم بی ج برابر ہے متمم بی ج کے
لیکن متمم بی ج برابر مثلث اس کے بنا یا تھا
ہو اسطے بی ج برابر ہے مثلث اس کے

اور چونکہ حکم (۲۵ ش ام) کے زاویہ بی ج بی ج برابر ہے زاویہ اب بی ج کے
اور زاویہ بی ج بی ج برابر زاویہ دے کے بنا یا تھا
تو حکم (۲۶ معلوم) کے زاویہ اب بی ج برابر ہے زاویہ دے کے
پس خط مستقیم اب پر متوازی الاضلاع بی ج برابر مثلث معلوم اس کے
بن گئی جس کا ایک زاویہ اب بی ج برابر زاویہ معلوم دے کے ہے عم

پننیا کیسویں شکل عملی

ایک متوازی الاضلاع متساوی ایک مستقیمہ الاضلاع معلوم کے بناؤ جس کا ایک زاویہ برابر زاویہ
مستقیمہ الخ میں معلوم کے ہو

فرض کرو کہ اب اس مستقیمہ الاضلاع معلوم ہے اور بی جی زاویہ مستقیمہ الخ میں معلوم
مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع برابر مثلث اب اس دے کے بناوین جس کا ایک زاویہ برابر



حکم (۲۸ ش ام) کو متوازی الاضلاع بی ج برابر مثلث اب کو بناؤ جس کا زاویہ دے کے برابر زاویہ دے کے ہو

اور حکم (۳۴ شش ام) کے خط مستقیم ح و پ متوازی الاضلاع ح م برابر
 مثلث دب س کے بناؤ جبکہ زاویہ ح م برابر زاویہ سی کے ہو
 تو شکل ف ک م ل متوازی الاضلاع مطلوب ہوگی
 چونکہ زاویہ سی کی برابر ہر ایک زاویہ ف ک م اور ح م بنایا گیا ہے
 تو حکم (۲۱ علوم) کے زاویہ ف ک م برابر ہے زاویہ ح م کے
 ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ ک ح زیادہ کرو
 تو حکم (۲۲ علوم متعارفہ) کے زاویے ف ک م اور ک ح م ملکر برابر ہوں گے اور ح م کے
 لیکن حکم (۲۱ شش ام) کو زاویے ف ک م اور ک ح م ملکر برابر دو قائمون کے ہیں
 تو زاویے ک ح م اور ح م ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے
 چونکہ نقطہ ہر خط مستقیم ح کے دو خط مستقیم ک م اور م ح مقابل سمتوں پر انکڑتے ہیں
 اور متصل کے زاویے برابر دو قائمون کے پیدا کرتے ہیں
 تو حکم (۱۴ شش ام) کے ک م اور م ح ایک خط مستقیم بن ہوئے
 چونکہ خط مستقیم ح م خطوط متوازی ک م اور ف ح پر واقع ہوتا ہے
 تو حکم (۲۱ شش ام) کے زاویے متبادل م ح اور ح ف اسپین برابر ہیں
 ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ ح ل زیادہ کرو
 تو زاویے م ح اور ح ل ملکر برابر ہوئے زاویوں ح ف اور
 ح ل کے
 لیکن حکم (۲۱ شش ام) کو زاویے م ح اور ح ل ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے
 تو زاویے ح ف اور ح ل ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے
 اور اسے حکم (۱۴ شش ام) کے ح اور ح ل ایک خط مستقیم بن ہوئے
 اور چونکہ ک ف متوازی ح م کا اور ح م متوازی م ل کا ہے

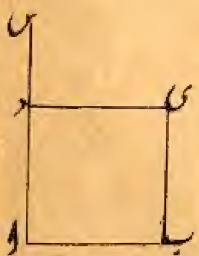
تو حکم (۳۴ شش ام) کے ک ف متوازی م ل کا ہوا
 اور ف ل متوازی ک م کا ثابت ہو چکا ہے
 اور اسے شکل ک ف ل م متوازی الاضلاع ہے
 اور چونکہ مثلث اب د کی برابر متوازی الاضلاع د ف ہے
 اور مثلث دب س برابر متوازی الاضلاع ح م کے ہے
 پس حکم (۲۲ علوم) کو کل مستقیم الاضلاع اب س د برابر کل متوازی الاضلاع ک ف ل م کو ہوئی
 اس طرح سے متوازی الاضلاع ک ف ل م برابر مستقیم الاضلاع معلوم اب س د کے
 بن گئی جبکہ زاویہ ف ک م برابر زاویہ سی کے ہوا غم

نتیجہ صریح

اس سے صاف ظاہر ہے کہ ایک خط مستقیم معلوم پر متوازی الاضلاع برابر مستقیم الاضلاع معلوم
 کے چہ بیان ہو سکتی ہے جبکہ ایک زاویہ برابر زاویہ معلوم کو ہو اس طرح سے کہ خط مستقیم معلوم پر
 حکم (۳۴ شش ام) کو اول ہی مثلث اب د کی برابر متوازی الاضلاع بنائیں جبکہ ایک زاویہ
 برابر زاویہ معلوم کے ہو

چہا سیون شکل علی

ایک خط مستقیم معلوم پر ایک مربع بناؤ
 فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے
 مطابق یہ ہے کہ اب ہر مربع بنا دیں
 حکم (۱۱ شش ام) کو نقطہ سے اس زاویہ قائمے بنانا ہوا
 اب ہر لگاؤ
 اور حکم (۲۱ شش ام) کے ل د برابر اب کے بناؤ
 اور حکم (۲۱ شش ام) کو نقطہ د کو دی متوازی ل د کا



تو اب کی دو متوازی الاضلاع ہوئی

حکم (۳۳) شش ام کے اب برابر ہے دی کے اور او د برابر ہے بی
لیکن اب برابر ہے او کے

اس لئے چاروں خطوط مستقیم او اور او د اور دی اور بی اب تین برابر ہیں
اور متوازی الاضلاع او دی اب متساوی الاضلاع ہوئی
او کے سب زاوے ہی قائمے ہیں

اس واسطی کہ خط مستقیم او د خطوط متوازیہ اب اور دی پر واقع ہے
حکم (۳۹) ش ۲۹ ام کے زاوے با او اور او دی ملکر برابر دو قانون کے ہیں
لیکن زاویہ اب او ایک قائمہ بنایا گیا ہے
اس واسطی زاویہ او دی ہی قائمہ ہے

اور حکم (۳۴) ش ۳۴ ام کو متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوے تین برابر ہوتے ہیں
اس واسطی ہر ایک زاویہ مقابل کا اب بی اور بی او قائمہ ہوا
اس واسطی شکل او دی اب قائم الزوا یا ہوئے
اور متساوی الاضلاع پہلے ثابت ہو چکی ہے
اس واسطی حکم (۳۰) حد کے شکل اب بی درم ہے
اور وہ خط مستقیم او د پر مشتمل ہے عم

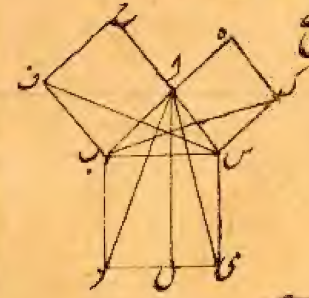
نتیجہ صریح

اس اثبات سے صاف ظاہر ہے کہ جس متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہوگا
او کے سب زاوے قائمہ ہوں گے سیتا یسویں شکل ثباتی

(۱)
(۲)
(۳)
(۴)
(۵)
(۶)

مشت قائم الزاویہ کے وتر پر جو مربع بنایا جائے وہ برابر ہوتا ہے اون مربعوں کے
جو ان اضلاع پر کہ زاویہ قائمہ کے محیط میں بنائے جائیں

فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہے جس کا زاویہ ب اس قائمہ ہے



مربع جو اضلاع ب س پر کھینچا جائے برابر ہو دن مربعوں کے

جو اضلاع ب او اور اس پر کھینچے جائیں

حکم (۳۶) ش ۳۶ ام کے ب س پر مربع ب دی س

اور ب او اور اس پر مربع ب او اور س بناؤ

اور حکم (۳۱) ش ۳۱ ام کے لفظ اس سے ال متوازی بناویں ہی کہیں

اور ملاؤ او د اور ف س

چونکہ بموجب فرض کے زاویہ ب اس قائمہ ہے

اور بموجب (۳۰) حد کے زاویہ ب س ہی قائمہ ہے

دو خطوط مستقیم اس اور ل ف خط مستقیم اب کے

مقابل ہتوں سے ان کے نقطہ او پر ملتے ہیں

اور او س پر زاوے متعلقہ پہلوؤں میں برابر دو قانون کے پیدا کرتے ہیں

اس لئے حکم (۳۴) ش ۳۴ ام کو س او اور ل ف ایک خط مستقیم میں ہیں

اور س ل ف کی دلیل سے ثابت ہے کہ اب او اور او ایک خط مستقیم میں ہیں

چونکہ زاویہ دب س برابر ہے زاویہ ف ب او کے

اس لئے کہ ہر ایک او تین کا قائمہ ہے

اتین سے ہر ایک پر زاویہ اب س کو زیادہ کر د

تو حکم (۲) علوم متعارف کے کل زاویہ دب او برابر ہے کل زاویہ ف ب س کے

اور چونکہ دو ضلع اب اور ب د برابر ہیں دو ضلعون ف ب او اب س کو موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور اس کا زاویہ درمیانی دہ برابر ہے زاویہ درمیانی ف ب س کے
اسی واسطی حکم (۳۱ ش ام) کے قاعدہ اور برابر ہے قاعدہ ف ب س کے
اور مثلث ا ب د برابر ہے مثلث ف ب س کے

اب حکم (۳۱ ش ام) کے متوازی الاضلاع ب ا ل دو چند ہے مثلث ا ب د کے
اس واسطی کہ وہ دو ایک ہی قاعدہ ب د پر درمیان ایک ہی خطوط متوازی ب د اور ا ل کو واقع ہیں
اور حکم (۳۱ ش ام) کو مربع ح ب د دو چند ہے مثلث ف ب س کے
اس واسطی کہ وہ دو ایک ہی قاعدہ د ب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازی ف ب اور ح س واقع ہیں
لیکن حکم (۱۰ علوم) کے مساویوں کو دو چند مساوی ہوتے ہیں
اس واسطی متوازی الاضلاع ب ا ل برابر ہے مربع ح ب کے
علیٰ بنی القیاس خطوط مستقیم ا ل اور ب ک کو ملائے سے ثابت ہو سکتا ہے
کہ متوازی الاضلاع س ل برابر ہے مربع س د کے

اس واسطی حکم (۱۰ علوم) کے کل مربع ب ا د س برابر ہو اور مربع ح ب د اور س کے
اور مربع ب ا د س وہ مربع ہے جو ب س پر بنا ہے اور مربع ح ب د اور س وہ مربعی ہیں
جو ب ا د اور س پر بنتے ہیں

اس واسطی مربع ضلع ب س پر بنا گیا برابر ہو اور مربع ح ب د اور س پر بنا لے جائیں
اس واسطی مثلث قائم الزاویہ ا ب ح ہی ثابت کرنا تھا

اثر تالیفین شکل ثباتی

اگر مثلث کے ضلعوں میں سے ایک ضلع پر مربع بنایا گیا برابر ہو اور مربعوں کے جو اور
ضلع پر بنا لے جائیں تو ان ضلعوں کے درمیان کا زاویہ قائمہ ہوگا
فرض کرو کہ مثلث ا ب س کے ضلع ا ب میں سے ایک ضلع ب س پر مربع بنایا گیا
برابر ہو اور مربعوں کو جو اور اضلاع ا ب اور س ل پر بنا لے جائیں

تو زاویہ ب ا س قائمہ ہوگا

حکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ سے لے کر زاویہ قائمہ بنانا ہو اور اس پر نکالو

اور حکم (۳۱ ش ام) کو برابر ہے ب ا د کے بناؤ اور ملاؤ د س

چونکہ د ل برابر ہے ب ا کے

تو مربع د ل کا برابر ہے ب ا کے مربع کے

انہی سے مربع ب ا پر مربع اس کا زیادہ کرو

تو حکم (۱۰ علوم) کے مربع د ل اور اس کو برابر ہوئے مربعوں ا ب اور اس کے

چونکہ زاویہ د ا س قائمہ ہے

تو حکم (۳۱ ش ام) کے مربع د ل اور اس کے برابر ہیں د س کے مربع کے

لیکن بموجب فرض کے ب س کا مربع برابر ہے مربعوں ب ا اور اس کے

اس واسطی د س کا مربع برابر ہے ب س کے مربع کے

اس واسطی ضلع د س برابر ہے ضلع ب س کے

اور اس لئے کہ ضلع د ل برابر ہے ضلع ا ب کے

اور اس مشترک دونوں مثلثوں د ا س اور ب ا س میں ہے

دو ضلع د ل اور اس برابر ہوئے دو ضلعوں ب ا اور اس کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور قاعدہ د س برابر قاعدہ ب س کے پہلے ثابت ہو چکا ہے

اس واسطی حکم (۱۱ ش ام) کے زاویہ د ا س برابر ہو اور زاویہ ب ا س کے

لیکن زاویہ د ا س قائمہ ہے

اس واسطی زاویہ ب ا س قائمہ ہے

اس واسطی اگر مربع بنایا گیا اور پانچ ہی ثابت کرنا تھا

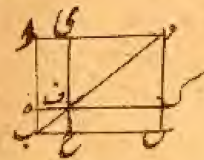
تمام شد مقالہ اول



مقالہ دوم

حدود

اول ہر متوازی الاضلاع کو جس کے زاوے قائمے ہوں قائم الزوایا کہتے ہیں اور اسکو اون
خطوں مستقیم کی سطح سے جو او کی ایک زاویہ قائمہ کے محیط میں تعبیر کرتے ہیں
دوم ہر متوازی الاضلاع میں اگر قطر کے جو متوازی الاضلاع ہوں ان میں ایک متوازی الاضلاع
کو مع دو متون کے علم کہتے ہیں جیسا کہ متوازی الاضلاع جہ کو مع دو متون لف اور فس کے علم
کہتے ہیں اور اختصاراً اسکو حروف و فح یا ی ہس سے

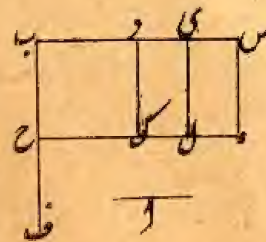


تعبیر کرتے ہیں یعنی ان حروف سے جو علم کے
متوازی الاضلاعوں کے مقابل کے زاویوں پر لکھے ہوئے ہیں

پہلی شکل ثانی

اگر دو خطوط مستقیم میں سے ایک خط مستقیم کی حصوں میں منقسم ہو تو سطح دو خطوط مستقیم کے
برابر ہوگی ان سب سطحوں کی جو خط غیر منقسم اور خط منقسم کے ہر ایک حصہ سے بنتے ہیں
فرض کرو کہ او اور بس دو خطوط مستقیم ہیں

اور ان میں سے بس کسی ایک حصوں ب داووی ماوری س میں نقاط داوری پر تقسیم ہوا ہے
تو سطح خطوط مستقیم او اور بس کی برابر ہوگی ان سب سطحوں کی جو او اور بس سے
اور او اور بی دے سے اور او اور بی اس سے بنتی ہیں



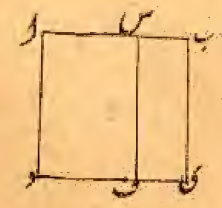
حکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ ب سے ب ف زاویہ

قائمہ بناتا ہوا س ب پر قائم کرو

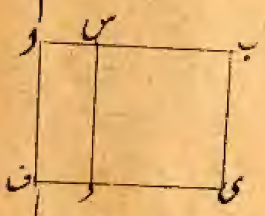
اور حکم (۱۲ ش ام) کے سطح برابر کے بناؤ

اور حکم (۱۳ ش ام) کے نقطہ ج سے بس کا متوازی جہ

معاذ دوم
 اور نقاط اور سی اور سے خطوط مستقیم دک اور کی ل اور سے متوازی سح کی ح
 سے نقاط اور ل اور پریستی ہوئی نکالو
 اب قائم الزوایا بے برابر ہے سطح قائم الزوایا بک اور دل اور سی کے
 لیکن بے سطح اور ب س کے
 ہوا سطح کہ وہ ہے سطح ب س اور ج ب ک اور ج ب برابر ہے آ کے
 اور قائم الزوایا بک ہے سطح اور ب د کے
 ہوا سطح کہ وہ ہے سطح ج ب اور ب د کے اور ج ب برابر ہے آ کے
 اور دل ہے سطح اور دی کے
 ہوا سطح کہ یک (۲۴ ش ام) کے دک برابر ہے ب ک اور ج ب برابر ہے آ کے
 اور سطح سے سی ہے سطح اور سی اس کے
 ہوا سطح اور ب س کی برابر ہے اون سب سطون کے جو اور ب د اور اور
 دی سے اور اور سی اس سے بنتی ہیں
 پس ہوا سطح اگر دو خطوط مستقیم میں انہی ثابت کرنا تھا
دوسری شکل ثباتی
 اگر خط مستقیم کسی دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو کل خط اور ہر ایک سی جو حصین پیدا ہوگی مگر برابر
 ہوگی کل خط مستقیم کے مربع کے
 فرض کرو کہ خط مستقیم کسی دو حصوں میں تقسیم ہوا ہے
 تو سطح اب اور ب س کی برابر ہوگی مجموعہ
 سطح اس اور ب س اب اور مربع ب س کے
 یکجہ (۲۶ ش ام) کے ب س پر مربع س دی ب بناؤ اور دی د کو ف تک خارج کرو
 اور یکجہ (۳۱ ش ام) کے نقطہ سے اف متوازی س دیاب سی کا سی ف سے نقطہ پر
 ملتا ہوا نکالو
 پس قائم الزوایہ ای برابر ہے سطح قائم الزوایہ اور سی کے
 اور ای ہے سطح اب اور ب س کے
 ہوا سطح کہ وہ ہے سطح اب اور ب سی کی جنین سے بی برابر ہے ب س کے



ف پر ملتا ہوا نکالو
 اب ای برابر ہے سطح قائم الزوایا ف اور سی کے
 لیکن ای ہے مربع اب کا
 اور اف ہے سطح ب د اور اس کی
 اسلئے کہ وہ ہے سطح د اور اس کی اور د برابر ہے اب کے
 اور سی ہی ہے سطح اب اور ب س کی
 اسلئے کہ ب ہی برابر ہے اب کے
 ہوا سطح اور ب س کی اور سطح اب اور اس کی مگر برابر ہیں اب ک مربع کے
 ہوا سطح اگر ایک خط مستقیم انہی ثابت کرنا تھا
تیسری شکل ثباتی
 اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو سطح کل خط کی کسی ایک حصہ میں برابر ہوگی
 سطح دونوں حصوں اور مربع حصہ مذکورہ کے مجموعہ کے
 فرض کرو کہ خط مستقیم کسی دو حصوں میں تقسیم ہوا ہے
 تو سطح اب اور ب س کی برابر ہوگی مجموعہ
 سطح اس اور ب س اب اور مربع ب س کے
 یکجہ (۲۶ ش ام) کے ب س پر مربع س دی ب بناؤ اور دی د کو ف تک خارج کرو
 اور یکجہ (۳۱ ش ام) کے نقطہ سے اف متوازی س دیاب سی کا سی ف سے نقطہ پر
 ملتا ہوا نکالو
 پس قائم الزوایہ ای برابر ہے سطح قائم الزوایہ اور سی کے
 اور ای ہے سطح اب اور ب س کے
 ہوا سطح کہ وہ ہے سطح اب اور ب سی کی جنین سے بی برابر ہے ب س کے



اور اس کے سطح اس اور س ب کے
اسو اس کے س د برابر ہے س ب کے
اور س ی ہے مربع ب س کا

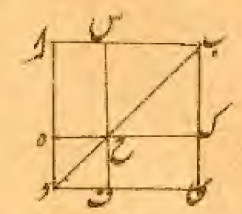
اسو اسطی سطح اب اور ب س کی برابر مجموعہ سطح اس اور س ب اور مربع ب س کے
اسو اسطی الخط مستقیم تقسیم الخیر ہی ثابت کرنا تھا

چوتھی شکل ثباتی

اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصوں میں تقسیم کیا جائے تو مربع کل خط مستقیم کا برابر ہوگا ورنہ حصوں کے
مربعوں اور دو چند سطح ان دونوں حصوں کے

قرض کر دو کہ اب نقطہ س پر کسی دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے
تو مربع اب کا برابر ہوگا اس اور س ب کی مربعوں اور دو چند سطح اس اور س ب کے
بحکم (۲۶ ش ۱) کے اب پر مربع اوی ب بناؤ اور ملاؤ ب د

اور بحکم (۳۱ ش ۱) کے نقطہ س ی س ج ف متوازی اویا ب کا نکالو جو ب د سے
نقطہ ج پر اور دی سے نقطہ ف پر ملے



اور نقطہ ج سے د متوازی اب یا دی کا نکالو جو
ا د سے نقطہ ہ پر ملے
اور ب ی سے نقطہ ک پر

پس اس سبب کہ س ف متوازی ا د کا ہے اور ب د ا و ن پر واقع ہے
بحکم (۲۶ ش ۱) کے زاویہ خارجہ ب س برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ ا د ب کے
لیکن بحکم (۵ ش ۱) کے زاویہ ا د ب برابر ہے زاویہ ا ب د کے
اسو اسطی کہ س ج کے ضلعے ب د اور ا د اسپین برابر ہیں
پس اسو اسطی زاویہ ب س برابر ہے زاویہ د ب ا یا ج ب س کے

اور اسو اسطی بحکم (۲۶ ش ۱) کے ضلع ب س برابر ہے ضلع س ج کے
لیکن بحکم (۳۱ ش ۱) کے ب س برابر ہے ج ک کے اور س ج برابر ہے ک کے
اسو اسطی شکل س ج ک ب متساوی الاضلاع ہوئے

اور ایسی ہی وہ قائم الزوایا بھی ہے
اسو اسطی کہ س ج متوازی ب ک کا ہے اور س ب اوپر واقع ہوتا ہے
تو بحکم (۲۶ ش ۱) کے زاویے ک ب س اور ب س ج ملکر برابر دو قائمون کے ہیں
لیکن بموجب (۲۰ ح ۱) کے ک ب س ایک زاویہ قائمہ ہے

اسو اسطی ب س ج ہی ایک قائمہ ہے
اور اسو اسطی بحکم (۲۶ ش ۱) ہر ایک زاویہ او کو مقابل کے زاویوں س ج ک اور ک ب ی میں قائمہ ہے
اسو اسطی س ج ک ب قائم الزوایا ہے
اور متساوی الاضلاع پہلے ثابت ہو چکی ہے
اسو اسطی وہ مربع ضلع س ب پر ہے

اور ایسی دلیل سے ہ ف مربع ضلع ج پر ہے
اور بحکم (۲۶ ش ۱) کے س ج برابر ہے اس کے
اسو اسطی ہ ف اور س ک مربعے اس اور س ب پر ہوئے
اور چونکہ بحکم (۲۶ ش ۱) کے متعمد ج برابر ہے متعمد ج ی کے
اور ج ہے سطح اس اور ب س کے

اسلئے کہ ج س برابر ہے س ب کے
تو ج ی بھی برابر ہے سطح اس اور س ب کے
اسو اسطی ج ا و ج ی برابر ہوئیں دو چند سطح اس اور س ب کے
اور ہ ف اور س ک برابر ہیں اس اور س ب کے مربعوں کے

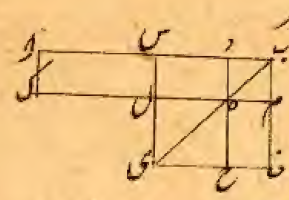
ہو اسطی چاروں شکلیں ہفت اور س ک اور لچ اور ج کی برابر ہوئیں اس اور س ب کے
مربعوں اور دو چند سطح اس اور س ب کے
لیکن چاروں شکلیں ہفت اور س ک اور لچ اور ج کی کل شکل کوئی مجموعہ اب کا چاروں
ہو اسطی مربع اب کا برابر ہی اس اور س ب کے مربعوں اور دو چند سطح اس اور س ب کے
ہو اسطی اگر ایک خط مستقیم تقسیم انچ یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ صریح

اوپر کے ثبوت سے ظاہر ہے کہ مربع کے قطر کے گرد متوازی الاضلاعین مربع ہوتے ہیں

پانچویں شکل ثباتی

اگر ایک خط مستقیم دو متساوی اور دو غیر متساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو سطح دو غیر متساوی حصوں
مربع اور س خط کے جو درمیان نقاط تقسیم کو واقع ہو کر برابر ہوتی ہے نصف خط کے مربع کے
قرض کرو کہ خط مستقیم اب نقطہ س پر دو متساوی حصوں میں اور



نقطہ دیر دو غیر متساوی حصوں میں تقسیم ہوا ہے
تو سطح اور د ب کی مع مربع س د کو برابر ہوگی س ب کو مربع کے
بجائے (۴۷ شام) کہ س ب برابر ہی س ی ف ب بناؤ اور ملاؤ ابھی
اور حکم (۳۱ شام) کے نقطہ د سے دو متوازی س ی یا ف ب کا نکالو
جو ب نی سے نقطہ ہ پر اور ی ف سے نقطہ ج پر ملتا ہو

اور نقطہ ہ سے ک ل م متوازی س ب یا ی ف کا نکالو جو س ی سے
نقطہ ل پر اور ی ف سے نقطہ م پر ملتا ہو

اور نقطہ آ سے ل م متوازی س ل کا یا ب م کا نکالو جو م ل سے نقطہ ک پر ملے
پس حکم (۳۳ شام) کے متمم س ہ برابر ہے متمم ہ ف کے
ان مساویوں سے ہر ایک پر دم زیادہ کرو

تو کل س م برابر ہے کل د ف کے
لیکن اس سبب کہ اس برابر ہے س ب کے
بجائے (۳۲ شام) کہ اول برابر ہے س م کے
اسی واسطے اول برابر ہے د ف کے
انہیں سے ہر ایک مساوی پر س ہ زیادہ کرو
تو آ ہ برابر ہے د ف اور س ہ کے
لیکن آ د ہے سطح آ د اور د ب کے
اسی واسطے کہ وہ برابر ہے د ب کے

اور د ف مع س ہ کے علم س م ج ہے
اسی علم س م ج برابر ہو اسطی آ د اور د ب کے
ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زیادہ کر دو ل ج
جو حکم (۳۴ شام و ۳۵ شام) کے برابر ہے س د کے مربع کے
اسی واسطے علم س م ج مع مربع ل ج کے برابر ہے سطح آ د اور د ب مع مربع س د کے
لیکن علم س م ج اور مربع ل ج سے کل شکل س ی ف ب بنتی ہے
اور یہ شکل مربع س ب کا ہے

ہو اسطی سطح آ د اور د ب کی مع مربع س د کے برابر س ب کے مربع کے ہے
اسی واسطے اگر ایک خط مستقیم انچ یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ صریح

اس شکل سے ظاہر ہے کہ خط مستقیم غیر متساوی اس اور س د پر جو مربع بنائے جائیں
اور ان کا فرق برابر ہوتا ہے اور ان کے مجموعہ آ د اور د ب کے فرق د ب کی سطح کے
چھٹی شکل ثباتی

اگر ایک خط مستقیم تقصیف کیا جائے اور کسی نقطہ تک خارج کیا جائے تو سطح اس کل خط مستقیم کے جو خارج ہونے سے بنا ہے اور حصہ مدودہ کے مع مربع نصف خط مستقیم کی تقصیف کو برابر ہوگی
 اور اس خط مستقیم کے مربع کے جو نصف خط اور حصہ مدودہ سے بنا ہے فرض کرو کہ خط مستقیم ایک نقطہ سے پر تقصیف کیا گیا ہے اور نقطہ تک خارج کیا گیا ہے
 تو سطح ادا اور دب کے مع مربع بس کو برابر ہوگی



تجکم (۴۷ ش ام) اس پر مربع س ی ف د بناؤ اور ملاؤ دی
 اور تجکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ سے ب و ح متوازی س ی یا د ف کا نکالو جو دی سے نقطہ پر
 اور ی ف سے نقطہ پر ملتا ہے

اور نقطہ سے ک ل م متوازی ا د ی یا ف کا نکالو جو د ف سے نقطہ پر اور س ی سے
 نقطہ ل پر ملتا ہے

اور نقطہ سے ا ک متوازی س ل یا د م کا نکالو جو م ل ک سے نقطہ ک پر ملتا ہے
 چونکہ اس برابر ہے س ب کے

اسی واسطی تجکم (۴۷ ش ام) کے قائم الزاوا اول برابر ہے قائم الزاویا س ہ کے
 لیکن تجکم (۳۱ ش ام) کے س ہ برابر ہے ہ ف کے
 اسی واسطی اول برابر ہے ہ ف کے

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر س م زیادہ کرو
 تو شکل ام برابر ہوئی علم س م کے
 لیکن ام ہے سطح ادا اور دب کے

اسلئے کہ دب تجکم (۲۱ نتیجہ ش ام) کے برابر ہے م کے
 اسی واسطی علم س م برابر ہے سطح ادا اور دب کے

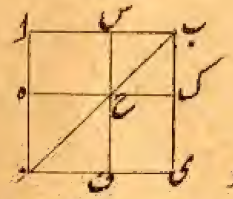
ان مساویوں میں سے ہر ایک پر ل ح جو س ب کے مربع کے برابر ہے زیادہ کرو
 تو سطح ادا اور دب کی مع مربع س ب کے برابر ہوئی علم س م ح اور شکل ل ح کے
 لیکن علم س م ح اور ل ح ملکر کل شکل س ی ف د بنا کے ہیں
 اور یہ کل شکل مربع س د کا ہے

اسی واسطی سطح ادا اور دب کی مع مربع س ب کے برابر ہے مربع س د کے
 پس اسی واسطی اگر ایک خط مستقیم ان پر بھی ثابت کرنا تھا

ساتویں شکل ثباتی

اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصوں میں تقسیم ہو تو کل خط مستقیم کا مربع اور ایک حصہ مربع ملکر برابر ہوتا ہے
 دو چند سطح کل خط مستقیم اور اسی حصہ کی اور مربع دو حصہ کے
 فرض کرو کہ خط مستقیم ایک نقطہ سے پر دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہو

تو مربع اب اور ب س کو ملکر برابر ہونگے دو چند سطح اب اور ب س اور مربع اس کے
 تجکم (۴۷ ش ام) کے اب پر مربع ا د ی ب بناؤ



اور تجکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ سے س ی ف متوازی
 ا د ی یا ف کا نکالو جو ب د و نقطہ پر اور دی سے نقطہ ف پر ملتا ہو
 اور نقطہ سے ح ک متوازی ا د ی یا ف کا نکالو جو د ی سے نقطہ ہ پر اور ب ی سے نقطہ ک پر ملتا ہو

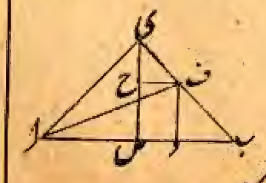
پس تجکم (۳۱ ش ام) کو ل ح برابر ہے ح ی کے
 ان میں سے ہر ایک پر مربع س ک زیادہ کرو
 تو کل ایک برابر ہے کل س ی کے

اور اسی واسطی ایک اور س ی ملکر دو چند ایک سے ہیں
 لیکن ایک اور س ی ملکر علم و ک ف اور مربع س ک ہیں
 اسی واسطی علم و ک ف اور مربع س ک دو چند ہیں ایک سے

اسی واسطی آٹھون قائم الزوایا جن سے کہ علم زاوہ بنتا ہے جو چند ایک سے ہوئیں
اور چونکہ ایک ہی سطح اب اور ب س کے
ہو واسطی کہ یک برابر ہے ب س کے
اسی واسطی جو چند سطح اب اور ب س کے جو چند ایک سے ہو
لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ علم زاوہ جو چند ہے ایک کے
اسی واسطی جو چند سطح اب اور ب س کی برابر ہوئی علم زاوہ کے
آن مساویوں میں ہر ایک پر لاء جو برابر اس کے مربع کے ہر زیادہ کرو
تو جو چند سطح اب اور ب س کی مع مربع اس کے برابر علم زاوہ اور مربع لاء کے ہو
لیکن علم زاوہ اور مربع لاء سے کل شکل ایسی ف و ث بنی ہے
اور ایسی ف و مربع لاء کا ہے

اسی واسطی جو چند سطح اب اور ب س کی مع مربع اس کے برابر مربع لاء کے
یعنی اس خط مستقیم کے مربع کے ہر جواب اب اور ب س سے ملکر بنا ہے
اسی واسطی اگر ایک خط مستقیم الخ ہی ثابت کرنا تھا
نویں شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم دو مساوی اور دو غیر مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو مربعات دو نو غیر مساوی
حصوں کے ملکر دو چند ہوتے ہیں نصف خط کے مربع اور اس خط کے مربع سے جو
درمیان نقاط تقسیم کے واقع ہے
فرض کرو کہ خط مستقیم اب دو مساوی حصوں میں نقطہ س برابر دو غیر مساوی حصوں میں نقطہ
و پر تقسیم کیا گیا ہے



تو اور اب ایک مربع ملکر دو چند اس اور س کو کہ چونکہ مجموعہ ہوگا
حکم (۱۱ شام) کہ نقطہ س سوس زاویہ قائمہ بنا تا ہو اب پر کھینچو اور

(۱۱ شام)

اور حکم (۱۱ شام) کے سی برابر اس یا س ب کو بناؤ اور ملاؤ می زا اور می ب
اور حکم (۱۱ شام) کہ نقطہ د س و ف متوازی سی کامی ب سے لفظ ف پر ملتا ہوا
اور نقطہ ف سے فتح متوازی ب کا کھلاؤ اور ملاؤ و ف
چونکہ اس برابر ہے س سی کے
تو حکم (۱۱ شام) کہ زاویہ ای اس برابر ہو زاویہ سی اس کے اور زاویہ اس سی قائمہ ہے
تو حکم (۱۱ شام) کے مثلث کے دو اور زاوے ای سن اور سی اس ملکر برابر ایک
قائمہ کہ ہیں

اور چونکہ وہ اس میں برابر ہیں
تو ہر ایک اول میں سے نصف قائمہ ہوا
اور اسی دلیل سے ہر ایک زاویہ سی ب اور سی ب س میں سے نصف قائمہ ہے
اسی واسطی کل زاویہ ای ب ایک قائمہ ہے
اور چونکہ زاویہ ح سی ف نصف قائمہ ہے
اور زاویہ سی ح ف قائمہ ہے

اس لئے کہ وہ حکم (۱۱ شام) کے برابر ہو مقابل کے زاویہ داخلہ سی ب کے
اسی واسطی باقی زاویہ سی ف ح نصف قائمہ ہے
اسی واسطی زاویہ ح سی ف برابر ہے زاویہ سی ف ح کے
اور حکم (۱۱ شام) کے ح ف برابر ہے سی ح کے
اور چونکہ زاویہ ب نصف قائمہ ہے
اور زاویہ ف ب ایک قائمہ ہے

ہو واسطی کہ وہ حکم (۱۱ شام) کے برابر ہے زاویہ داخلہ اور مقابلہ سی ب کے
اسی واسطی باقی زاویہ ب ف و نصف قائمہ ہے

اسی واسطی زاویہ برابر زاویہ بقیہ کے ہے
 اور حکم (۱۰) میں ام کے ضلع دق برابر ہے ضلع دب کے
 اور چونکہ اس برابر ہے سی کے
 تو اس کا مربع برابر ہو اس سی کے مربع کے
 اسی واسطی اس اور سی کے مربع دو چند ہوں اس سے ہیں
 لیکن حکم (۱۱) میں ام کے لای کا مربع برابر ہے اس اور سی کے مربعوں کے
 اسلئے کہ زاویہ اس سی قائم ہے

اسی واسطی اسی کا مربع دو چند ہے اس کے مربع سے
 اور چونکہ سی برابر ہے ج ف کے
 تو سی ج کا مربع برابر ہے ج ف کے مربع کے

اسی واسطی سی ج اور ج ف کے مربع دو چند ہوں ج ف کے مربع سے
 اور حکم (۱۲) میں ام کے سی ج کا مربع برابر ہے سی ج اور ج ف کے مربعوں کے
 اسی واسطی مربع سی ج کا دو چند ہوں ج ف کے مربع سے
 اور حکم (۱۳) میں ام کے ج ف برابر ہے س د کے
 اسی واسطی سی ج کا مربع دو چند ہو اس د کے مربع سے
 لیکن اسی کا مربع دو چند ہے اس کے مربع سے

اسی واسطی اسی اور سی ج کے مربع دو چند ہوں اس اور س د کے مربعوں سے
 لیکن زاویہ اسی ج ف کے قائم ہونے سے
 حکم (۱۴) میں ام کے مربع اوق کا برابر ہے اسی اور سی ج کے مربعوں کے
 اسی واسطی اوق کا مربع دو چند ہے اس اور س د کے مربعوں سے
 لیکن زاویہ اوق کے قائم ہونے سے

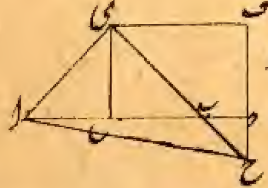
حکم (۱۵) میں ام کے مربعات اوق اور دق برابر ہیں مربع اوق کے
 اسی واسطی مربعات اوق اور دق کے دو چند ہوں اس اور س د کے مربعوں سے
 اور دق برابر ہے دب کے

اسی واسطی اوق اور دب کے مربع دو چند ہوں اس اور س د کے مربعوں سے
 اسی واسطی اگر ایک خط مستقیم کیا جائے انج ہی ثابت کرنا تھا

دسویں شکل ثباتی

اگر ایک خط مستقیم تھیں کیا جائے اور کسی نقطہ تک خارج کیا جائے تو مربع اس کل خط مستقیم کا
 جو خارج ہو نیسے بنا ہو اور مربع حد محدودہ کا ملکر دو چند ہو گا مربع نصف خط اور مربع نصف خط مجموعہ
 کے مجموعہ سے

فرض کرو کہ خط مستقیم اب نقطہ س پر تھیں ہوا اور نقطہ د تک خارج کیا گیا ہے
 تو اوق اور دب کے مربع دو چند اس اور س د کے مربعوں سے ہوں گے



حکم (۱۱) میں ام کے نقطہ س سی ملاؤ قائم بنانا ہو اب پر نکالو
 اور حکم (۱۲) میں ام کے س سی برابر اس یا س د کے
 بناؤ اور ملاؤ اسی اور سی ج

اور حکم (۱۳) میں ام کو نقطہ سی سے سی متوازی اب کا اور نقطہ د سے دق متوازی س سی کا
 سی ج سے نقطہ ف پر ملتا ہوا نکالو

چونکہ خطوط متوازی سی اس اور دق پر خط مستقیم سی ج واقع ہوتا ہے

تو حکم (۱۴) میں ام کے زاویہ سی ج اور سی ج د ملکر برابر دو قائم ہوں کے ہیں
 اور اسی واسطی زاویہ سی ج اور سی ج د ملکر دو قائم ہوں سے ہوں گے

اور حکم (۱۵) میں ام کے خطوط مستقیم جنہر ایک د خط مستقیم واقع ہوا اور زاویہ داخلہ ایک جہت
 کے ملکر دو قائم ہوں سے کم پیدا کریں

تو وہ خطوط مستقیم کیسے جانے سے کہیں نہ کہیں ملجاتے ہیں
اسلئے ہی ب اور ق دائرہ اور د کی جانب میں خارج کئے جاوین تو آپس میں ملجا ٹینگے
فرق نہ کر دے کہ وہ خارج ہونے سے ج پر ملتے ہیں ملاؤ ج

چونکہ اس اور س کی آپس میں برابر ہیں
تو حکم (۲۷ ش ام) کے زاویہ س ی اور برابر ہے زاویہ ی اس کے
اور زاویہ اس ی قائمہ بنایا گیا ہے

اسی واسطی حکم (۲۸ ش ام) کی ہر ایک زاویہ س ی اور س ای میں سے نصف قائمہ ہے
اور ایسی ہی دلیل سے ہر ایک زاویہ س ی ب و ی بس میں سے نصف قائمہ ہوگا
اسی واسطی کل زاویہ ای ب ایک قائمہ ہے

اور چونکہ ی بس نصف قائمہ ہے
تو حکم (۲۸ ش ام) کے اوسکے مقابل کا زاویہ د ب ج نصف قائمہ ہے
لیکن زاویہ د ب ج قائمہ ہے

اسلئے کہ حکم (۲۹ ش ام) کے وہ برابر ہے زاویہ متبادلہ د س ی کے
اسی واسطی حکم (۳۰ ش ام) کے باقی زاویہ د ج ب نصف قائمہ ہے
اور اسی واسطی وہ برابر ہے زاویہ د ب ج کے

اور اسی واسطی حکم (۳۱ ش ام) کے ضلع د ب برابر ہے ضلع د ج کے
اور چونکہ زاویہ ی ج ب نصف قائمہ ہے اور زاویہ ج ب ق قائمہ ہے
اسلئے کہ حکم (۳۲ ش ام) کے وہ برابر ہے مقابل کے زاویہ ی س د کے
اسلئے باقی زاویہ ج ی ح نصف قائمہ ہے

اور اسلئے برابر ہے زاویہ ی ح ق کے
اسی واسطی حکم (۳۳ ش ام) کے ضلع ج ف برابر ہے ضلع ف ی کے

اور چونکہ س ی برابر ہے س ا کے
تو ی س کا مربع برابر ہو اس ا کے مربع کے

اسی واسطی س ا اور ی س کے مربعے دو چند ہوئے س ا کے مربع سے
لیکن حکم (۳۴ ش ام) کے ا ی کا مربع برابر ہے س ا اور ی س کے مربعوں کے
اسی واسطی ا ی کا مربع دو چند ہوا اس کے مربع سے
چونکہ ج ف برابر ہے ی ف کے

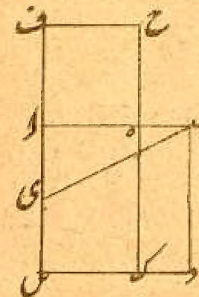
تو ج ف کا مربع برابر ہے ی ف کے مربع کے
اسی واسطی ج ف اور ف ی کے مربعے دو چند ہوئے ف ی کو مربع سے
لیکن حکم (۳۵ ش ام) کی ج ح کا مربع برابر ہے ج ف اور ف ی کے مربعوں کے
اسی واسطی ج ح کا مربع دو چند ہوا ف ی کے مربع سے
اور حکم (۳۶ ش ام) کے ف ی برابر ہے س د کے
اسی واسطی ج ح کا مربع دو چند ہوا س د کے مربع سے
لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے

کہ ا ی کا مربع دو چند ہے اس کے مربع سے
اسی واسطی ا ی اور ی ح کے مربعے دو چند ہوئے اس اور س د کے مربعوں سے
لیکن حکم (۳۷ ش ام) کے ج ح کا مربع برابر ہے ا ی اور ی ح کے مربعوں کے
اسی واسطی ج ح کا مربع دو چند ہوا اس اور س د کے مربعوں سے
لیکن حکم (۳۸ ش ام) کے ا د اور ج کے مربعے برابر ہیں ج کے مربع کے
اسی واسطی ا د اور ج کے مربعے دو چند ہوئے اس اور س د کے مربعوں سے
اور ج برابر ہے د ب کے

اسی واسطی ا د اور د ب کے مربعے دو چند ہوئے اس اور س د کے مربعوں سے

اسیو اسطی اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا
گیا رہوین شکل علی

ایک خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ کل خط اور ایک حصہ کی سطح برابر ہو دوسرے حصہ کے مربع کے فرض کرو کہ اب ایک خط مستقیم معلوم ہے مطلوب یہ ہے کہ اس کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کریں کہ سطح کل خط کی ایک حصہ میں برابر ہو دوسرے حصہ کے مربع کے



حکم (۴۷) شام) کہ اب ہر مربع اس دب بناؤ اور حکم (۴۸) شام) کہ اس کو نقطہ ی پر نصف کرو اور اب ی سے اس کو قوت تک خارج کر کہ حکم (۴۹) شام) کہ ی ف برابر ہی ب کو بناؤ اور حکم (۵۰) شام) کہ ا ف ہر مربع اف جہ بناؤ تو اب نقطہ ہ پر ایسا تقسیم ہوگا کہ سطح کل خط اب اور ہ کی برابر ہوگی کہہ کے مربع کے جہ کو خارج کرو کہ اس سے نقطہ ک برے

چونکہ خط مستقیم اس نقطہ ی پر نصف ہوا ہے اور نقطہ ف تک خارج ہوا ہے تو حکم (۴۹) شام) کی سطح اس ف اور ف کی مع مربع ا ی کے برابر ہوگی ف کے مربع کے لیکن ی ف برابر ہے ی ب کے تو سطح اس ف اور ف کی مع مربع ی ا کے برابر ہوگی ی ب کے مربع کے اور حکم (۵۰) شام) کے ی ب کا مربع برابر ہے ی ا اور اب کو مربعوں کے اسلئے کہ زاویہ ی اب قائم ہے

اسیو اسطی سطح اس ف اور ف کی مع مربع ی ا کے برابر ہوگی ی ا اور اب کے مربعوں کے

(۵۰)
(۴۹)
(۴۸)

اور مربع ی ا کا دو ٹو ٹو میں مشترک ہے اس سے ساقط کرو تو سطح اس ف اور ف کی برابر ہوگی ب ا کے مربع کے لیکن شکل ف ک ہر سطح اس ف اور ف ا کے ہو اسطی کہ ف ج برابر ہے ف ا کے

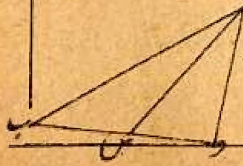
اور اد مربع ا ب کا ہے اسو اسطی شکل ف ک برابر ہوگی اد کے حصہ مشترک ا ک کو ساقط کرو

تو باقی ف ہ برابر ہوگی باقی ہ د کے لیکن ہ د ہے سطح اب اور ب ہ کے ہو اسطی کہ اب برابر ہے ب د کے اور ف ہ ہے کہ کا مربع

اسیو اسطی سطح اب اور ب ہ کی برابر ہوگی وہ کے مربع کے اسیو اسطی خط مستقیم معلوم اب نقطہ ہ پر ایسا تقسیم ہوگا کہ سطح اب اور ب ہ کی برابر ہے کہ کے مربع کے عم

بارہوین شکل شباتی

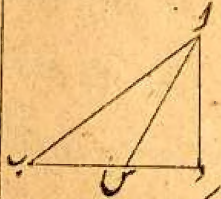
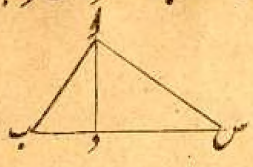
اگر ایک مثلث منفرج الزاویہ کے کسی ایک زاویہ حادہ سے مقابل کے ضلع پر عمود نکالیں تو مربع و تر یعنی اس ضلع کا جو سامنے زاویہ منفرج کے ہے بڑا ہوگا اون دو ضلعوں کے مربعوں سے جو محیط زاویہ منفرج کے ہیں بقدر و چند سطح اس ضلع کے جو خارج ہوتا ہے اور عمود کو سپر واقع ہوتا ہے اس خط مستقیم کو جو باہر مثلث کو درمیان موقع عمود اور زاویہ منفرج کے واقع ہو فرض کرو کہ مثلث اب س منفرج الزاویہ ہو جس کا زاویہ س ب منفرج ہو اور نقطہ آ سے او عمود ضلع ب س خارج شدہ پر نکالا ہے



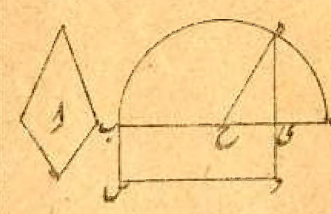
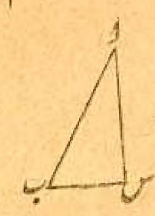
مقابلہ دوم
 نو اب کامیج اس اور س ب کو مربعوں سے بقدر دو چند سطح س اور س د کے بڑا ہوگا
 چونکہ خط مستقیم و نقطہ س پر دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہے
 تو حکم (۴۴ ش ۱۸) کے ب کا مربع برابر ہے س اور س د کے مربعوں اور دو چند سطح
 س اور س د کے
 ان مساویوں میں سے ہر ایک پر د کا مربع زیادہ کرو
 تو ب د اور د ا کے مربع برابر ہونے بس اور س د اور د کے مربعوں اور دو چند سطح
 س اور س د کے
 اور حکم (۴۴ ش ۱۸) کے ب کا مربع برابر ہے ب د اور د کے مربعوں کے
 اس واسطی کہ زاویہ د قائمہ ہے
 اور س د کا مربع برابر ہے س د اور د کے مربعوں کے
 اس واسطی ب کا مربع برابر ہے س اور س د کے مربعوں اور دو چند سطح س اور س د
 یعنی ب کا مربع س اور س د کو مربعوں بقدر دو چند سطح س اور س د کے بڑا ہے
 اس واسطی اگر مثلثون منہج الراویہ میں الخ یہی ثابت کرنا تھا
تیسریں شکل ثباتی
 کسی مثلث میں زاویہ حادہ کے مقابل ضلع کا مربع اس حادہ زاویہ کے گرد کو دو ضلعوں کے
 مربعوں سے چھوٹا ہوتا ہے بقدر دو چند سطح ایک ضلع کے ضلعاں محیط زاویہ میں سے سج
 اس خط مستقیم کے جو واقع ہے درمیان زاویہ حادہ اور اس عمود کے جو اس ضلع
 پر مقابل کے زاویہ سے نکالا جائے
 فرض کرو کہ اب س مثلث ہو اور ب زاویہ حادہ ہے اور اس کے ایک ضلع ب س پر
 جو زاویہ کے اضلاع محیط میں سے ہے عمود د مقابل کے زاویہ سے
 حکم (۴۴ ش ۱۸) کے نکالا گیا ہے

(۱۵۲)
 (۱۵۱)

تو مربع ضلع اس کا کہ مقابل او ب ب کر ہے چھوٹا ہوگا س ب اور ب کے مربعوں بقدر دو
 سطح س ب اور ب د کے
 اول فرض کرو کہ عمود د مثلث کو اندر واقع ہوتا ہو
 چونکہ خط مستقیم س د دو حصوں میں نقطہ د پر تقسیم ہوتا ہے
 تو حکم (۴۴ ش ۱۸) کے س ب اور ب د کے مربعے ملکر برابر ہیں دو چند سطح س ب اور ب د
 مع مربع دس کے
 ان مساویوں میں سے ہر ایک پر د کا مربع زیادہ کرو
 تو س ب اور ب د اور د ا کے مربعے برابر ہونے دو چند سطح س اور ب د اور د ا
 س اور د ا کے
 لیکن حکم (۴۴ ش ۱۸) کے مربع اب کا برابر ہے ب د اور د ا کے مربعوں کے
 اس واسطی کہ زاویہ ب د ا قائمہ ہے
 اور اس کا مربع برابر ہے س د اور د ا کے مربعوں کے
 اس واسطی س ب اور ب د کے مربعے برابر ہونے اس کے مربع اور دو چند سطح
 س اور ب د کے
 یعنی اس کا مربع س ب اور ب د کے مربعوں سے بقدر دو چند سطح س اور ب د کو چھوٹا ہو
 صورت دوم فرض کرو کہ عمود د باہر مثلث اب س ی واقع ہوتا ہو
 چونکہ زاویہ د قائمہ ہے
 تو حکم (۴۴ ش ۱۸) کو زاویہ اس ب ب ا کی قائمہ ہوگا
 اور اس واسطی حکم (۴۴ ش ۱۸) کے اب کا مربع برابر ہوگا اس اور س ب کو مربعوں اور دو چند
 سطح س اور س د کے
 ان مساویوں میں سے ہر ایک پر ب کا مربع زیادہ کرو



تو اب اور بس کو مربع برابر ہو اس کے دو چند مربع اور دو چند سطح
 بس اور بس کے
 لیکن اس سبب کہ خط مستقیم بر دو حصوں میں نقطہ میں تقسیم ہوا ہے
 تو حکم (۱۵) میں کہ سطح اب اور بس کی برابر ہے سطح بس اور بس اور دو چند مربع بس کے
 پس دو چند بھی ان کے برابر ہونگے
 یعنی دو چند سطح اب اور بس کی برابر ہوئی دو چند سطح بس اور بس اور دو چند مربع بس کو
 اسی واسطی اب اور بس کو مربع برابر ہو کر اس اور دو چند سطح اب اور بس کے
 یعنی اکیلا مربع اس کا اب اور بس کو مربعوں کو قدر دو چند سطح اب اور بس کے کم ہے
 صورت آخر فرض کرو ضلع اس عمود بس پر واقع ہوتا ہے
 تو بس وہ خط مستقیم جو درمیان عمود اور زاویہ پر واقع ہو
 اور یہ بات ظاہر ہے کہ حکم (۱۵) میں کہ اب اور بس کو مربع
 برابر ہیں اس کے مربع اور دو چند مربع بس کے
 اسی واسطی کسی مثلث میں انہی ثبوت کرنا تھا
 جو دونوں شکل علی



ایک مربع بنا جو برابر ایک مثل مستقیم الاضلاع معلوم کو ہو
 و شکل کو اس شکل مستقیم الاضلاع معلوم ہے
 مطلوب یہ ہے کہ ایک مربع برابر اس کے بناوین
 حکم (۱۵) میں کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ اب س دی برابر اس کے بناؤ
 پس اگر اضلاع اب س دی اور ی د آپس میں برابر ہوں
 تو اب س دی مربع ہے اور دعویٰ ثابت
 لیکن اگر اب س دی اور ی د آپس میں برابر نہ ہوں

تو او میں کہ کسی ایک ضلع اب س کو ف تک خارج کر دو اور ی ف برابر ی د کے بناؤ
 اور حکم (۱۵) میں کہ اب س کو ف تک خارج کر دو اور ی ف برابر ی د کے بناؤ
 اور مرکز اوج اب س ف کے بعد پر نصف دائرہ ب ف کھینچو
 اور دی کو خارج کر دو کہ محیط دائرہ سے نقطہ پر ملے
 تو مربع ی د کا برابر مثل مستقیم الاضلاع معلوم اس کے ہوگا
 ملاؤ ح
 جو کہ خط مستقیم ب ف نقطہ ی د و مساوی حصوں میں اور نقطہ ی د پر دو غیر مساوی حصوں میں
 تقسیم کیا گیا ہے
 تو حکم (۱۵) میں کہ سطح اب س کی اور ی ف کی مع ح ی کے مربع کے برابر ہے
 ح ف کے مربع کے
 لیکن حکم (۱۵) میں کہ سطح اب س کی اور ی ف کی مع ح ی کے برابر ہے ح ف کے
 تو سطح اب س کی اور ی ف کی مع ح ی کے مربع کے برابر ہے ح ف کے مربع کے
 لیکن حکم (۱۵) میں کہ سطح اب س کی اور ی ف کی مع ح ی کے برابر ہے ح ف کے مربع کے
 اسی واسطی اب س کی اور ی ف کی مع ح ی کے برابر ہے ح ف کے مربع کے
 اور ی د کے
 مربع ح ی کو جو دو مساویوں میں مشترک ہو ساقط کرو
 تو سطح اب س کی اور ی ف کے برابر ہوئی ی د کے مربع کے
 لیکن سطح اب س کی اور ی ف کو متوازی الاضلاع ب د ہے
 اسی واسطی کہ ی ف برابر ہے ی د کے
 اسی واسطی ب د برابر ہے مربع ی د کے
 لیکن ب د برابر مستقیم الاضلاع آ کے بنائی ہے

اس واسطے مربعی کا برابر شکل تقیید الاضلاع آگے ہوا
اسی واسطے شکل تقیید الاضلاع معلوم کی برابر ایک مربع بن گیا جو یہ پر بنا یا جائے

تمام شد مقالہ دوم
تمام شد مقالہ دوم